



Subsecretaría de Educación Media Superior

Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico

Manual del docente de la competencia Matemática

EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA AL INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR

2020-2021



Evaluación Diagnóstica al Ingreso a la Educación Media Superior Ciclo escolar 2020-2021

Junio 2020.



Directorio

Esteban Moctezuma Barragán

Secretario de Educación Pública

Juan Pablo Arroyo Ortiz

Subsecretario de Educación Media Superior

Pedro Daniel López Barrera

Coordinador Sectorial de Desarrollo Académico

María de los Ángeles Cortés Basurto

Directora General del Bachillerato

Rafael Sánchez Andrade

Jefe de la Unidad de Educación Media Superior Tecnológica Industrial y de Servicios

María Guadalupe Falcón Nava

Jefa de la Unidad de Educación Media Superior Tecnológica Agropecuaria y Ciencias del Mar

Enrique Kú Herrera

Director General del Colegio Nacional de Educación Profesional Técnica

Remigio Jarillo González

Director General del Colegio de Bachilleres

Margarita Rocío Serrano Barrios

Coordinadora Nacional de CECyTE



Contenido

Presentación	4
Propósito	4
Rol del docente	5
Recomendaciones	5
Estructura del curso	6
Descripción del manual	8
lconografía	10
Sesión 1. Realiza operaciones con números enteros al resolver problemas en	
distintos contextos	17
Sesión 2. Realiza operaciones con números racionales al resolver problemas en	
distintos contextos	20
Sesión 3. Utiliza la jerarquía de operaciones y signos de agrupación para	
obtener el valor numérico de una expresión matemática	3
Sesión 4. Reconoce el comportamiento de sucesiones aritméticas y	
geométricas al resolver problemas en diferentes contextos	42
Sesión 5. Aplica la proporcionalidad directa e inversa en la solución de	
problemas vinculados con su vida cotidiana	5
Sesión 6. Utiliza lenguaje algebraico para representar, generalizar y evaluar	
situaciones o problemas de la vida cotidiana	60
Sesión 7. Reduce términos semejantes de expresiones algebraicas	7
Sesión 8. Realiza la multiplicación de expresiones algebraicas, para obtener un	
producto	8
Sesión 9. Resuelve ecuaciones lineales con una incógnita para la solución de	
problemas o situaciones de la vida cotidiana	92
Sesión 10. Utiliza métodos de solución para resolver ecuaciones	
cuadráticas	99
Sesión 11. Comprueba la congruencia o semejanza de diversos	
polígonos	110
Sesión 12. Calcula el perímetro y área de distintas figuras geométricas en	
diversos contextos	12
Sesión 13. Aplica el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de la	
vida cotidiana	131



Presentación

La Subsecretaría de Educación Media Superior a través de la Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico, desarrolla la Evaluación Diagnóstica al Ingreso a la Educación Media Superior 2020- 2021, como una estrategia para valorar los niveles de logro o desempeño de la competencia matemática, lectora y en ciencias experimentales que poseen los estudiantes que ingresan al bachillerato, además de identificar los aprendizajes previos, detectar y atender áreas de oportunidad en el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

El curso propedéutico tiene como propósito fortalecer y desarrollar competencias que el estudiantado no ha logrado adquirir, para que cuenten con mayores elementos académicos que les permita transitar su bachillerato con mayor éxito y lograr el perfil de egreso de la Educación Media Superior.

Está diseñado para el desarrollo de conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores, que contribuyan al logro de los propósitos de la Educación Media Superior.

El manual de la competencia matemática va a permitir al profesorado desarrollar y fortalecer en las y los estudiantes la capacidad para resolver problemas o situaciones en distintos contextos utilizando conceptos y procedimientos aritméticos, algebraicos y geométricos, por medio de actividades que sitúen el aprendizaje en contextos reales o hipotéticos, promuevan la participación, el trabajo colaborativo, la reflexión, la toma de decisiones y ambientes de aprendizaje donde la equidad y la inclusión sean el eje rector para dar lugar a la libre expresión y comunicación correcta, el autoconocimiento, el respeto a sí mismo y la actuación a partir de valores.

Propósito

Apoyar pedagógicamente al profesorado en la ejecución del curso propedéutico de la competencia matemática, al proporcionarle los elementos necesarios para que desarrolle y fortalezca en las y los estudiantes la capacidad de identificar, analizar y resolver problemas o situaciones en distintos contextos empleando el pensamiento matemático, analítico, crítico, reflexivo, sintético y creativo.



Rol del docente

El profesorado que participe en el curso propedéutico de la competencia matemática se espera que sea facilitador y promotor del aprendizaje, por lo que es necesario que:

- ✓ Ponga al estudiante al centro del proceso educativo.
- ✓ Trabaje en competencias.
- ✓ Favorezca la cultura del aprendizaje.
- ✓ Ofrezca acompañamiento al estudiante durante su proceso de aprendizaje.
- ✓ Muestre interés por las características de los estudiantes, reconociendo la diversidad como parte esencial del aprendizaje y la enseñanza.
- ✓ Tome en cuenta los aprendizajes previos de los estudiantes.
- ✓ Reconozca la naturaleza social del conocimiento.
- ✓ Modele el aprendizaje.
- ✓ Reconozca la existencia y el valor del aprendizaje informal.
- ✓ Promueva la relación intradisciplinaria e interdisciplinaria.
- ✓ Conozca del campo disciplinar en que trabajará.
- ✓ Domine la dinámica grupal.
- ✓ Tenga sensibilidad para identificar necesidades de aprendizaje en los participantes.
- ✓ Maneje estrategias de trabajo frente a grupo.
- ✓ Motive a un grupo de estudiantes de bachillerato.
- ✓ Muestre una actitud de responsabilidad, respeto, tolerancia e iniciativa.
- ✓ Tenga una mente abierta, conforme al uso del internet y redes sociales.

Recomendaciones

Revisar los materiales antes de iniciar el curso para planear y programar cada una de las sesiones.

El docente / instructor del curso puede realizar adaptaciones al contenido, actividades, ejercicios, preguntas y recursos que ofrecen los manuales, considerando las características del estudiante, el contexto, recursos y su propia experiencia; siempre y cuando, no se pierda de vista el propósito de la competencia que se quiere fortalecer o desarrollar.

Estructura del curso

Para el logro del propósito del curso se recomienda utilizar 15 días, distribuidos de la siguiente manera:

Día 1	Del día 2 al 14	Día 15
Aplicación del	Desarrollo de las sesiones para el logro de la	Aplicación del
instrumento de	competencia matemática.	instrumento de
evaluación Test		evaluación
		Postest

Competencia	Sesiones	Tiempo por sesión	Total de horas
Matemática	13	90 minutos	19 horas con 30 minutos

Sesión	Indicador	Contenido específico
1	Realiza operaciones con números enteros al resolver problemas en distintos contextos.	✓ Números enteros:· Suma y resta· Multiplicación y división
2	Realiza operaciones con números racionales al resolver problemas en distintos contextos.	✓ Números fraccionarios· Suma y resta· Multiplicación ydivisión
3	Utiliza la jerarquía de operaciones y signos de agrupación para obtener el valor numérico de una expresión matemática.	✓ Jerarquía de operaciones✓ Signos de agrupación
4	Reconoce el comportamiento de sucesiones aritméticas y geométricas al resolver problemas en diferentes contextos.	✓ Sucesiones aritméticas✓ Sucesiones geométricas
5	Aplica la proporcionalidad directa e inversa en la solución de problemas vinculados con su vida cotidiana.	✓ Proporción directa✓ Proporción inversa✓ Porcentaje
6	Utiliza lenguaje algebraico para representar, generalizar y evaluar situaciones o problemas de la vida cotidiana.	 ✓ Lenguaje algebraico ✓ Expresiones algebraicas en diversos contextos numéricos



Sesión	Indicador	Contenido específico
7	Reduce términos semejantes de expresiones algebraicas.	✓ Suma y resta de expresiones algebraicas
8	Realiza la multiplicación de expresiones algebraicas, para obtener un producto.	✓ Multiplicación de expresiones algebraicas
9	Resuelve ecuaciones lineales con una incógnita para la solución de problemas o situaciones de la vida cotidiana.	✓ Ecuaciones lineales
10	Utiliza métodos de solución para resolver ecuaciones cuadráticas.	✓ Fórmula general/ Factorización
11	Comprueba la congruencia o semejanza de diversos polígonos.	 ✓ Criterios de congruencia de polígonos ✓ Criterios de semejanza de triángulos.
12	Calcula el perímetro y área de distintas figuras geométricas en diversos contextos.	 ✓ Fórmulas de perímetro de figuras geométricas ✓ Fórmulas de área de figuras geométricas
13	Aplica el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de la vida cotidiana.	✓ Teorema de Pitágoras



Descripción del manual



Indica el número de sesión que se trabajará y el tiempo previsto.

Indicador ______ Es un descriptor de logro que define lo que se espera demuestre el estudiante al término de cada sesión. Componentes Componentes **Procesos** actitudinales cognitivos cognitivos Conocimientos Actitudes que el esenciales para estudiantado

el logro de 1/ aprendizajes. 1/ sesión.

trabaja durante la

Capacidades mentales que emplea el estudiantado para la adquisición de conocimientos.

Apertura

1. Relajación y encuadre:

Propicia el ambiente adecuado, la atención y concentración de las y los estudiantes para que se dispongan a trabajar en una nueva situación de aprendizaje, aproximándolo al contenido de la sesión.

Desarrollo

2. Situación de aprendizaje:

Se plantea una situación de aprendizaje relacionada con la vida cotidiana, para el análisis del estudiantado, permitiéndole recuperar sus aprendizajes previos y



experiencias, por medio de la observación al objeto de conocimiento, describiéndolo, extrayendo significados y conocimientos a través de la misma.

3. Movilización de recursos:

Se movilizan los recursos cognitivos, didácticos y actitudinales que permitan solucionar el problema o situación de aprendizaje. El profesorado sugiere opiniones, alternativas o procedimientos para resolver el problema.

4. Trabajo individual:

Las y los estudiantes movilizan los recursos cognitivos y materiales para ejecutar el plan de aprendizaje de manera individual, mientras que el docente estimula la creatividad del estudiante, permite la libertad para crear, lo motiva, acompaña, retroalimenta y contacta de manera directa.

5. Trabajo colaborativo:

Interacción con los pares donde las y los estudiantes comparten lo aprendido, resultados, ideas y observaciones, para llegar a un resultado único.

Cierre

6. Plenaria:

Se identifica totalmente al objeto del que se aprende, el estudiantado puede transferir significativamente el conocimiento, desarrollar habilidades y construir un significado de la competencia. Su propósito es la apropiación del conocimiento a través de la exposición y retroalimentación.

7. Evaluación:

Se cierra el ciclo, se verifica la adquisición de conocimientos, el desarrollo de la habilidad y el cambio de actitudes, mediante una actividad en la que el estudiantado aplique los conocimientos y procedimientos aprendidos.



Iconografía



Tiempo: Indica los minutos destinados para desarrollar cada actividad de aprendizaje.



Instrucción: Indicaciones que el docente vierte al grupo para generar y estimular el aprendizaje de las y los estudiantes.



Actividad individual: Indica las actividades que la o el estudiante realiza de forma individual.



Plenaria: Representa el momento en que los miembros del grupo se reúnen para compartir su aprendizaje y recibir retroalimentación por parte del docente.



Comunidad de aprendizaje: Sugiere el momento para realizar el trabajo en equipo y colaborativo; en donde se necesita que las y los estudiantes interactúen entre sí para compartir sus ideas, resultados, elaborar propuestas y realizar tareas.



Reforzamiento del aprendizaje adquirido: Indica el momento en que se presenta información de los contenidos centrales y específicos.



Evaluación: Representa la autoevaluación, coevaluación o heteroevaluación que se realiza al final de la sesión.



Para aprender más: Recomendaciones de fuentes de información y recursos didácticos para profundizar en los contenidos y ejercitación de habilidades de forma independiente.



Recuerda que: Recordatorios breves de información.



Indicador

Realiza operaciones con números enteros al resolver problemas en distintos contextos.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
 Operaciones aritméticas. Manejo de la información. Síntesis de la información. Cálculo mental. 	 Respeto hacia el grupo. Participación activa. Interés y compromiso para las actividades. Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema. Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. Análisis de la información.

Apertura





♣Realice la dinámica "Amigos del número".

Instrucciones:

- 1. Solicite a las y los estudiantes se pongan de pie y formen un círculo.
- 2. Solicite se numeren del 0 al 10 hasta terminar el total de estudiantes.
- 3. Explique que deberán formar equipos de números que sumados den como resultado el "**número amigo"**. Por ejemplo, los amigos del 5 son: 4 + 1 ó 2 + 2 +1, etc.
- 4. Explique que las y los estudiantes que se numeraron con cero, serán los encargados de verificar que la suma en los equipos corresponda al "**número** amigo".
- 5. Mencione que al decir un número deberán agruparse al centro para obtener la suma del número amigo.
- 6. Repita la actividad para tres o cuatro números.



Desarrollo





En plenaria guíe el análisis de la situación de aprendizaje "Amigos en Facebook".

José está muy emocionado porque después de varias semanas de abrir su cuenta en Facebook, ya tiene un número importante de amigos, como se observa en la siguiente tabla.

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64

Considerando que cada semana se van acumulando los amigos de la semana anterior.

- a. ¿Cuántos amigos se fueron uniendo por semana?
- b. Suponiendo que cada semana fueran nuevos amigos, ¿cuántos tendría en total José?
- c. En este mismo supuesto ¿en qué semana alcanzará más de la mitad de seguidores que acumuló en las doce semanas?
- Realice las siguientes preguntas para acercarlos al conocimiento del procedimiento que deben seguir para resolver la situación de aprendizaje.
- a. ¿Qué tienes que hacer para saber cuántos seguidores se fueron uniendo por semana?

Restar al valor de cada semana, el anterior, pues se puede ver que se está acumulando conforme pasan las semanas.

b. ¿En una situación de la vida real, es posible que se trabaje con números negativos? Pon un ejemplo.

Sí es posible, por ejemplo en la temperatura bajo cero, en desaceleración, distancia bajo el nivel del mar, etc.





Invite a los estudiantes a formar equipos colaborativos de cuatro integrantes y a dar respuesta a las siguientes preguntas:

• ¿Qué operaciones deben utilizar para solucionar el problema "Amigos en Facebook"?

Suma y resta.

- ¿Qué procedimiento facilita su solución?
 Obtener el número de seguidores que se unen cada semana, verlo de forma individual.
- ¿Recuerdas las reglas de los signos? Escríbelas.





Lea la siguiente información para reforzar los conocimientos y explique el comportamiento de las sumas y restas en la recta numérica.

Suma y resta de números enteros.

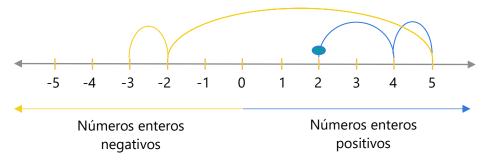
La forma de escribir la suma de dos o más números enteros la conoces desde mucho tiempo atrás, por ejemplo, si queremos sumar 5, más 7, más 9, más 23, más un número negativo -10, se escribe:



Es importante que veamos porqué algunas veces nos da como resultado un número positivo y otras un número negativo.

Dibuje una recta numérica en el pizarrón y explique el siguiente ejemplo:

Observa, en la siguiente recta numérica lo que pasa: Si al número dos, le sumamos dos, sumamos uno, restamos siete y restamos uno, ¿cuál es el resultado?



El resultado es -3.

Realice la siguiente lectura de forma guiada:

Como podrás observar, es fácil recordar cómo se trabajan los números enteros, positivos y negativos. Solo tienes que imaginar la recta numérica, cuidando de que al sumar, avances hacia la derecha (), y al restar, retrocedas a la izquierda ().

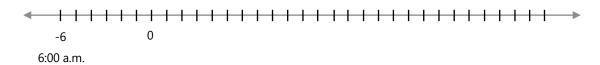
A la derecha del cero se tienen números positivos y a la izquierda números negativos.

Date cuenta que:

- La suma de dos números enteros negativos es un número negativo.
- La suma de dos números enteros positivos es un número entero positivo.
- La suma de dos números enteros de distinto signo, se pone el signo del número mayor.



- Pida al estudiantado resolver los siguientes ejercicios:
- 1. A las 6:00 a.m. un termómetro marca 6°C bajo cero, a las 9:00 a.m. la temperatura aumentó 4°C, a las 12:00 p.m. la temperatura subió 10°C, a las 15:00 p.m. la temperatura ascendió 17°C, a las 18:00 p.m. la temperatura descendió 3°C y a las 21:00 p.m. la temperatura bajó 13°C. Representa las temperaturas en la recta numérica y determina la temperatura a las 21:00 p.m.



R. 9°C

2. ¿Cuál será el resultado de las siguientes sumas y restas?

a)
$$2-4-6-9=-17$$

b)
$$-12 + 15 + 90 - 100 = -7$$

c)
$$-20 - 30 - 40 = -90$$

d)
$$-10 + 11 + 2 + 3 - 1 + 15 = 20$$

e)
$$30 + 12 - 25 - 2 - 4 + 8 = 19$$

Continúe con la lectura guiada de la siguiente información.

Multiplicación y división de números enteros.

Es importante resaltar que la regla de los signos para el caso de la multiplicación y la división es diferente:

Observa detalladamente:



Sesión 1

Tiempo previsto 90 minutos

Ejemplos:

$$\frac{60}{10} = 6$$

$$\frac{60}{10}$$
 = 6 (12)(-12)= -144 $\frac{-50}{-25}$ = 2 (-35)(-2)= 70

$$\frac{-50}{-25} = 2$$

$$\frac{-60}{10} = -6$$

Ejercicio

Completa el cuadro con las operaciones que se indican.

	x (139)	÷ (50)	× (-14)	÷ (-21)
-1195	-166 105	-23.9	16 730	56.90





Solicite al estudiantedo que trabajen de manera individual el problema "Amigos" de Facebook".

José está muy emocionado porque después de varias semanas de abrir su cuenta en Facebook, ya tiene un número importante de amigos, como se observa en la siguiente tabla.

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64

Considerando que cada semana se van acumulando los amigos de la semana anterior.



a. ¿Cuántos amigos se fueron uniendo por semana?

Semana	Amigos
1	7
2	15-7= 8
3	19-15= 4
4	23-19= 4
5	28-23= 5
6	32-28= 4

Semana	Amigos
7	35-32= 3
8	40-35= 5
9	48-40= 8
10	50-48= 2
11	57-50= 7
12	64-57= 7

b. Suponiendo que cada semana fueran nuevos amigos, ¿cuántos tendría en total José?

Semana	Amigos
1	7
2	15+7= 22
3	19+22= 41
4	23+41= 64
5	28+64= 92
6	32+92= 124

Semana	Amigos
7	35+124= 159
8	40+159= 199
9	48+199= 247
10	50+247= 297
11	57+297= 354
12	64+354=418

c. En este mismo supuesto (418) ¿en qué semana alcanzará más de la mitad de seguidores que acumuló en las doce semanas?

En la semana 9, que suma 247 (la mitad es 209)





- 1. ¿Por qué es importante conocer las operaciones entre números enteros y fracciones?

Las operaciones que se pueden realizar entre ellos son necesarias en muchas



actividades escolares y en general en tu vida cotidiana.

2. ¿Podrías concebir a un ingeniero sin que utilice los números?, ¿creen que sería un buen ingeniero?

No

3. Aún, una persona que no tenga muchos estudios, ¿podría vivir sin los números y sus cálculos? ¿por qué?

No. Porque las operaciones son importantes en la vida cotidiana; como cuando vamos a comprar: Carne, fruta, tortilla, etc.

Cierre





- Coordine la plenaria para que cada equipo comparta sus resultados y las respuestas a las preguntas anteriores.
- 👉 Realice las siguientes preguntas al grupo en general.
 - o ¿Qué recordaste con este ejercicio?
 - o ¿Qué aprendiste de nuevo?
 - o ¿Dónde más puedes aplicar lo que aprendiste?







Indique a las y los estudiantes realicen los siguientes ejercicios.



1. En un colegio hay 627 alumnos y sabemos que hay el doble de chicas que de chicos. De las chicas, a todas menos a 15, les gustan mucho las matemáticas. ¿Cuántas chicas disfrutan con las matemáticas en este colegio?

Datos	Operaciones	Resultado
627 alumnos	627/3= 209	403 chicas le gustan las
1 chico por cada 2 chicas	209 x 2 =418 chicas	matemáticas
Chicas -15 le gustan las matemáticas	418-15= 403	

2. En una granja hay 3 800 gallinas. Cada gallina suele poner 4 huevos cada 5 días. ¿Cuántas docenas de huevos se recogen en esa granja al cabo de 30 días?

Datos	Operaciones	Resultado
3 800 gallinas	30/5= 6	Se recogen 7 600
1 gallina pone 4 huevos	6 x 4 =24	docenas en 30 días
cada 5 días	3 800 x 24 = 91 200	
Docenas de huevos en 30 días?	91 200 / 12 = 7600	

3. Eugenia quiere comprar un departamento de interés social que cuesta \$320,520.00. En la inmobiliaria, le ofrecen: la mitad al contado y el resto en 12 cuotas fijas iguales. ¿Cuál es el valor de la cuota?

Datos	Operaciones	Resultado
\$320 520	320 520/2=160 260	\$13 355
La mitad al contado	160 260/12= 13 355	
Resto en 12 cuotas fijas		

Fuentes de información

UNAM. Portal académico CCH. Operaciones con números enteros Recuperado de: https://el.portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicasl/unidadl/OpNumerosEnteros/



Indicador

Realiza operaciones con números racionales al resolver problemas en distintos contextos.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
 Operaciones aritméticas. Manejo de la información. Síntesis de la información. Cálculo mental. 	 Respeto por el resto de grupo. Participación activa. Interés y compromiso para las actividades. Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema. Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. Análisis de la información.

Apertura





Realice la dinámica "Fracciones en tu cuerpo".

Solicite a los estudiantes se pongan de pie, al lado de su pupitre.

Mencione al grupo lo siguiente:

- 1. Considera tu cuerpo como una unidad desde tus pies a tu cabeza.
- 2. Coloca las palmas de tus manos por 10 segundos en la mitad de tu cuerpo, respira profundamente y suelta el aire lentamente.
- 3. Coloca las palmas de tus manos por 10 segundos en la cuarta parte de tu cuerpo, respira profundamente y suelta el aire lentamente.
- 4. Coloca las palmas de tus manos por 10 segundos en la tercera parte de tu cuerpo, respira profundamente y suelta el aire lentamente.

Desarrollo





Explique que se retomará la situación de aprendizaje "Amigos en Facebook" de la sesión anterior.

José está muy emocionado porque después de varias semanas de abrir su cuenta en Facebook, ya tiene un número importante de amigos, como se observa en la siguiente tabla.

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64

a. ¿Qué fracción representa el número de amigos por semana respecto del total de amigos que tiene José?

Realice las siguientes preguntas:

- ¿Puede un número ser representado de diferentes formas? ¿Como cuáles?
 Enteros, decimales, fracciones, etc.
- Escribe un ejemplo.
- Sumar y restar números enteros es fácil, ¿hacer lo mismo con fracciones es igual?, argumenta tu respuesta.

Si, solo que al operar fracciones con diferente denominador hay que proceder a obtener fracciones equivalentes para tener solo fracciones con un mismo denominador; para ello hay métodos, como obtener mínimo común múltiplo, método de la mariposa, etc.







- Invite a los estudiantes a formar equipos colaborativos de cuatro o cinco integrantes para dar respuesta a las siguientes preguntas:
- a. ¿Cómo puedes saber qué fracción representa el número de amigos por semana respecto del total de amigos que tiene José?

Con una división

b. ¿Las reglas de los signos en la multiplicación y la división se aplican de la misma forma que en la suma y resta?

No

c. Acomoda los elementos de la fracción en el lugar correspondiente, posteriormente acomoda los elementos de la fracción en la división.

numerador

denominador

Fracción

División

numerador denominador denominador numerador

Solicite a varios estudiantes sus respuestas y enfatice en la respuesta del inciso c





Guíe la lectura de la siguiente información para reforzar los conocimientos.

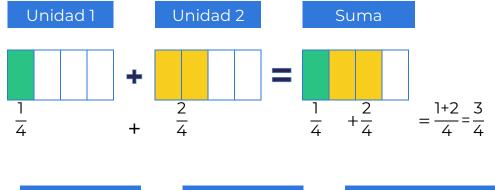
Sumas y restas de números fraccionarios.

Para poder sumar fracciones es requisito indispensable que los términos a sumar tengan el mismo denominador, en cuyo caso solo será cuestión de sumar o restar los numeradores.



$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

Ejemplos:



Unidad 1		Unidad 2		Resta
$\frac{2}{7}$	_	5 7	=	$\frac{2}{7} - \frac{5}{7} = \frac{2-5}{7} = -\frac{3}{7}$

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2+4+1-3}{5} = \frac{4}{5}$$

Pida a los estudiantes resuelvan los siguientes ejercicios en su manual, y motive a dos de ellos para que compartan sus resultados al grupo.

Ejercicio:

Efectúa las siguientes sumas y restas de fracciones, escribe tus respuestas en los espacios correspondientes

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{6} + \frac{5}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{13}{7} = \frac{-8}{7} = -1 \frac{1}{7}$$

Continúe con la lectura del siguiente texto.

Pero, ¿esto también pasa cuando tenemos diferentes denominadores?, por ejemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = ?$$



> Como las fracciones son partes de una unidad pero de diferente tamaño, para poder sumarlas tenemos que convertirlas en partes del mismo tamaño, es decir, fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador (denominador común).

Una forma de lograr esto es por el método cruzado:

Método cruzado

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{(2)(5) + (3)(4)}{(3)(5)} = \frac{22}{15}$$

multiplicar

Se multiplica de forma cruzada y el resultado se suma

Los denominadores se multiplican.

El inconveniente del método cruzado es que si tenemos más de dos fracciones para sumar o restar, entonces tenemos que ir de dos en dos fracciones.

Resuelva los siguientes ejercicios de forma grupal.

Ejercicio:

Realiza las siguientes sumas y restas de fracciones, escribe tus respuestas en los espacios correspondientes.

a.
$$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{(1)(5) - (2)(1)}{(2)(5)} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$$

b.
$$\frac{3}{2} + \frac{5}{6} = \frac{(3)(6) + (2)(5)}{(2)(6)} = \frac{18 + 10}{12} = \frac{28}{12} = \frac{14}{6} = 2 \frac{1}{3}$$

Otro método para sumar o restar tres o más fracciones es obtener el mínimo común denominador (m.c.d.)

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{2} + \frac{1}{4} =$$

Para obtener el m.c.d. de dos o más números, que es el mínimo común múltiplo, se multiplican sus factores primos. Por ejemplo, para los números 3, 2 y 4 se extrae a cada uno -cuando se puede- mitad, tercera, quinta, etc., hasta llegar a la unidad, como se muestra en la siguiente tabla:



3	2	4	Factores primos
3	1	2	2 (extrayendo mitad)
3		1	2 (extrayendo mitad)
1			3 (extrayendo tercera)

Por tanto, el mínimo común denominador de 3, 2 y 4 se obtiene al multiplicar (2)(2)(3)=12

El m.c.d., que en este caso resultó ser 12, se divide entre cada uno de los denominadores de las fracciones (3, 2 y 4) y el resultado de esta división se multiplica por el numerador respectivo (2, 4 y 1):

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{2} + \frac{1}{4} = \frac{\left(\frac{12}{3}\right)^2 + \left(\frac{12}{2}\right)^4 + \left(\frac{12}{4}\right)^1}{12} = \frac{8 + 24 + 3}{12} = \frac{35}{12} = 2\frac{11}{12}$$

Solicite resolver de manera individual los siguientes ejercicios.

a.
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{\left(\frac{30}{2}\right)1 + \left(\frac{30}{5}\right)1 + \left(\frac{30}{6}\right)1}{30} = \frac{15 + 6 + 5}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$$

Calcula el m.c.m.

2	5	6	Factores primos
1	5	3	2 (extrayendo mitad)
	5	3	3 (extrayendo tercera)
	5	1	5 (extrayendo quinta)
	1		

Por tanto, el mínimo común denominador de 2, 5 y 6 se obtiene al multiplicar (2)(3)(5)=30

b.
$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{6} = \frac{\left(\frac{6}{2}\right)1 + \left(\frac{6}{3}\right)2 - \left(\frac{6}{6}\right)3}{6} = \frac{3 + 4 - 3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Calcula el m.c.m.

2	3	6	Factores primos
1	3	3	2 (extrayendo mitad)
	3	3	3 (extrayendo tercera)
	1	1	

Por tanto, el mínimo común denominador de 2, 3 y 6 se obtiene al multiplicar (2)(3)=6

> Solicite a los alumnos que retomen la lectura y realicen los ejercicios que ahí se indican

> La multiplicación de fracciones se realiza multiplicando numerador con numerador y denominador con denominador.

> Recuerda que al multiplicar un entero por una fracción, el entero es en realidad otra fracción, solo que tiene como denominador a la unidad (1), por eso no se ve.

Eiemplos:

$$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{15}{12} = \frac{5}{4} \quad \left(-8\right)\left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{40}{3}$$

$$\left(-\frac{5}{3}\right)\left(-\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{4}{3}\right) = -\frac{40}{63}$$

Para dividir fracciones, podemos seguir dos caminos.

Uno es hacer el producto cruzado, como indica el diagrama siguiente:

$$\frac{5}{3}$$
 $\frac{2}{7}$ $\frac{35}{6}$

Otra, es cuando la expresión aparece en forma de cociente, por ejemplo:

$$\frac{\frac{4}{3}}{\frac{5}{2}} = \frac{(4)(2)}{(3)(5)} = \frac{8}{15}$$

En este último caso, se multiplican los valores extremos y el resultado se coloca en el numerador, se multiplican los valores de en medio y el resultado se coloca como denominador.

Este método también lo debes conocer como la regla del sándwich.

Solicite formar equipos de cuatro integrantes y que completen la siguiente tabla, poniendo especial atención a los signos y reglas matemáticas.

a.
$$(5)(-3)\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{15}{4}$$

a.
$$(5)(-3)(\frac{1}{4}) = -\frac{15}{4}$$
 d. $(\frac{3}{5})(-\frac{6}{7})(-4) = \frac{72}{35}$ g. $\frac{-\frac{6}{5}}{-\frac{7}{2}} = \frac{12}{35}$

j.
$$\frac{\frac{9}{5}}{\frac{-8}{3}} = -\frac{27}{40}$$



Sesión 2

Tiempo previsto 90 minutos

b. $\left(\frac{4}{7}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{12}{35}$	e. $\frac{4}{\frac{5}{7}} = \frac{28}{5}$	h. $\frac{6}{7} \div 9 = \frac{2}{21}$	k. $\frac{9}{4} \div - 7 = -\frac{9}{28}$
c. $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{2}{-7}} = -\frac{14}{6}$	$f. 6 \div \frac{1}{8} = 48$	i. $\left(\frac{4}{7}\right)\left(\frac{-3}{5}\right)\left(\frac{-7}{2}\right) = \frac{6}{5}$	I. $\left(\frac{2}{7}\right)\left(-\frac{3}{8}\right) = -\frac{3}{28}$



La suma y resta de enteros, así como racionales con mismo denominador pueden hacerse de manera directa, pero los racionales con diferente denominador tenemos que proceder a obtener un denominador común.





Solicite que trabajen de manera individual el problema "Amigos en Facebook".

Semana	Amigos
1	7
2	15
3	19
4	23
5	28
6	32

Semana	Amigos
7	35
8	40
9	48
10	50
11	57
12	64



a. ¿Qué fracción representa el número de amigos por semana respecto del total de amigos que tiene José?

Semana	Fracción	Semana	Fracción
1	7 64	7	3 64
2	$\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$	8	<u>5</u> 64
3	$\frac{4}{64} = \frac{1}{16}$	9	$\frac{8}{64} = \frac{1}{8}$
4	$\frac{4}{64} = \frac{1}{16}$	10	$\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$
5	<u>5</u> 64	11	7 64
6	$\frac{4}{64} = \frac{1}{16}$	12	7 64





Solicite a los equipos discutir las siguientes interrogantes.

1. Si utilizamos el método de m.c.m. para sumar o restar fracciones con mismo denominador, ¿obtenemos el mismo resultado que sumando sólo los numeradores? ¿Por qué?

No. Porque las fracciones que no tienen el mismo denominador no pueden sumarse o restarse directamente, pues no son comunes entre sí, por lo que estaríamos juntando elementos que no son semejantes.

2. ¿Si sumamos o restamos números enteros con racionales, qué es lo que hacemos en este caso?

Convertir los enteros en racionales para operar solo fracciones.



Cierre





- Solicite a un estudiante explicar el proceso y sus resultados de la situación planteada. Realice las siguientes preguntas al grupo en general.
 - o ¿Qué recordaste con este ejercicio?
 - ¿Qué aprendiste de nuevo?
 - o ¿Para qué te sirve lo que aprendiste?
 - o ¿Dónde más puedes aplicar lo que aprendiste?





- Indique a las y los estudiantes realicen los siguientes ejercicios de manera individual.
- 1. Resuelve la siguiente operación aritmética, utilizando los métodos revisados en esta sesión.

$$5 + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}} - 3\left(\frac{7}{8}\right)\left(\frac{9}{7}\right) = \frac{77}{40}$$

Procedimiento:

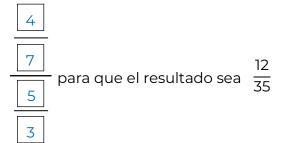
$$5 + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{2}} - 3\left(\frac{7}{8}\right)\left(\frac{9}{7}\right) = 5 + \frac{3}{10} - 3\left(\frac{7}{8}\right)\left(\frac{9}{7}\right) = 5 + \frac{3}{10} - 3\left(\frac{9}{8}\right)$$
$$5 + \frac{3}{10} - \frac{27}{8} = \frac{40(5) + 3(4) - 5(27)}{40} = \frac{77}{40}$$



Sesión 2Tiempo previsto

90 minutos

2. Acomoda los números 3, 4, 5 y 7 de tal forma que obtengas el resultado que se indica:





Invite al estudiante a visitar la siguiente liga, en donde podrá practicar y aprender más sobre las operaciones con fracciones.

https://es.khanacademy.org/search?page_search_query=sumar%20y%20restar%20 fracciones%20con%20denominadores%20diferentes

Fuentes de información

UNAM. Portal académico CCH. Operaciones con números racionales. Recuperado de: https://el.portalacademico.cch.unam.mx/alumno/matematicasl/unidadl/operacionesNumerosRacionale s

- Solicite el material para la siguiente sesión:
 - 1. Lápices de colores
 - 2. Regla



Sesión 3

Tiempo previsto 90 minutos

Indicador

Utiliza la jerarquía de operaciones y signos de agrupación para obtener el valor numérico de una expresión matemática.

Harrieries de dria expresión maternatica.					
Componentes	Componentes	Proceso			
cognitivos	actitudinales	cognitivo			
 Operaciones aritméticas. 	 Respeto por el resto de grupo. 	 Comprensión inicial del planteamiento del 			
• Manejo de la	 Participación activa. 	problema.			
información. • Síntesis de la	 Interés y compromiso para las actividades. 	 Reflexión del problema y de los recursos 			
información.	 Trabajo colaborativo. 	necesarios para la			
♦ Cálculo mental.	Trabajo colaborativo.	solución.			
V Calculo mental.	 Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	 Análisis de la información. 			

Apertura





Indique a los y las estudiantes que de forma individual, completen el siguiente crucigrama.

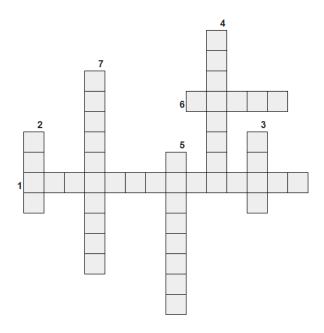
Horizontales

- 1 Es el procedimiento que consiste en sumar varias veces el mismo número.
- una cantidad de otra.

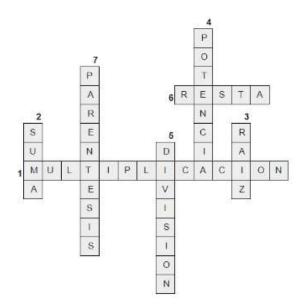
Verticales

- 2 Operación aritmética que consite en acumular dos o más números, para obtener otro número que representa la cantidad de todos ellos.
- 6 Operación aritmética que consiste en quitar 3 Número que al ser multiplicado por sí mismo da como resultado el valor.
 - 4 Es la operación matemática mediante la cual se multiplica un número por sí mismo, n veces.
 - 5 Es la operación aritmética que indica cuantas veces está contenido un número en otro número.
 - 7 Son símbolos que se usan en pares para agrupar.





Si alguien no lo logra fácilmente , puede apoyarse de sus compañeros. Solución:





Sesión 3

Tiempo previsto 90 minutos

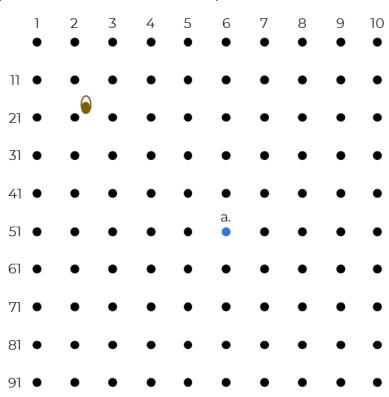
Desarrollo





Guíe en plenaria, el análisis del siguiente problema:

La maestra le pidió a Juan y a sus amigos resolver las siguientes operaciones y ubicar el resultado obtenido en la cuadrícula que se localiza en el patio de su escuela. Posteriormente les pide que tracen una línea uniendo los puntos en donde se localizan los resultados obtenidos (considera como ejemplo el resultado del inciso a), en el orden en que fueron desarrollando las operaciones.



- 4×4+20×2=56
- 60 ÷ 2+7=
- c. $6 + 5^2 2 =$
- d. $3^3 + 20 \div 2 + 1 =$
- e. $6 \times 3 + 30 =$
- 2(15-6)+5(10+2)-2(4)=

- o. $4^2 \times 4 11 =$
- p. $8^2 2 =$
- q. $180 \div 3 + \sqrt{1} =$
- 5×8+3=
- $10 \times 3 + 3 =$ S.
- $(45 \div 3)2 + 2 =$



Sesión 3

Tiempo previsto 90 minutos

a. 45+45=

h. $9 \times 5 + 135 \div 3 + 9 =$

i. $96 \div 2 + 5 \times 10 =$

i. $10 \times 10 - 13 =$

k. 4×4+80=

I. $(40\times3) - (4\times7) =$

m. 100 - 20 + 3 =

n. $2^3 \times 10 + 4 =$

 \tilde{n} . $40 \times 2 - 7 =$

u. $7 \times 3 =$

v. 3+2+6+4-3=

w. $5^2 - 6 \times 2 =$

 $x. 60 \div 4 - 11 =$

y. $4 \times 5 - 6 =$

z. $3 \times 20 - 4 =$

aa. $24 \div 4 \times 10 + 7 =$

ab $14 - 7 + 140 \div 2 =$

ac. 40-14+61=

- a. ¿Qué figura se formó?
- b. ¿Cuál es la causa por lo que algunos puntos pudieran impedir que la figura fuera trazada correctamente?
- c. ¿Qué operaciones realizas primero en el inciso f?
- Realice las siguientes preguntas a las y los estudiantes, para acercarlos al procedimiento que deben seguir para resolver el problema.
- ¿Con qué conocimientos cuento para la realización de las operaciones aritméticas?

Realización de operaciones básicas.

¿De qué depende que el resultado sea el correcto?

Del orden en que se realicen las operaciones.

• ¿Por qué los resultados de las operaciones pueden ser diferentes?

Porque se realizan con un orden diferente.







Invite a las y los estudiantes a contestar de manera individual, las siguientes preguntas.

• ¿Cómo puedes resolver el ejercicio anterior?

Realizando las operaciones con cuidado, localizando el resultado inmediatamente en la cuadricula e ir uniendo los puntos.

¿Qué información necesitas para resolverlo?
 Conocer el orden establecido en que deben realizase las operaciones aritméticas.



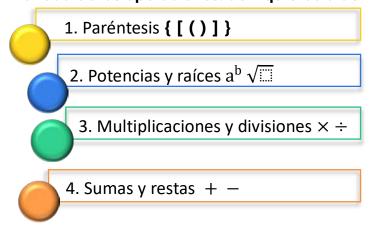




Cuando se realizan operaciones con números enteros es necesario respetar el orden establecido, al que se le suele denominar **jerarquía de operaciones.** Se trata de unas convenciones universales que aclaran el significado de las operaciones básicas y que si no respetamos nos llevan a resultados diferentes de los esperados.

El orden establecido es el siguiente:

Prioridad de las operaciones: de izquierda a derecha:





Ejemplo:

 $10 - 9 \div 3 \times 7 + 2$

Primero, se hacen las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha,	
obteniedo:	10 - 21 + 2
Luego, se hacen las sumas y restas,	-11 + 2
también de izquierda a derecha:	-9

En este caso particular, cualquier cambio en el orden para la realización de las operaciones nos lleva a un resultado diferente.

Primero, se hacen las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha, obteniedo:	$10 - 9 \div 3 \times 7 + 2$ $10 - 9 \div 21 + 2$ 10 - 0.43 + 2
Luego, se hacen las sumas y restas, también de izquierda a derecha:	10 - 2.43 7.57

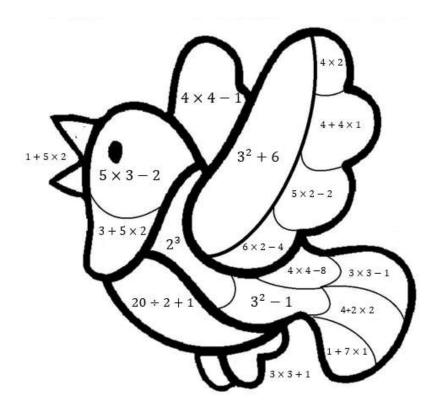




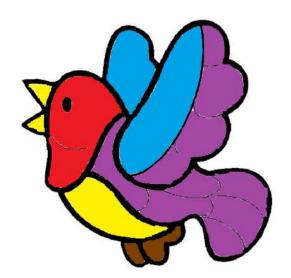
Solicite a los alumnos que de forma individual coloreen la figura de acuerdo al resultado de la operación que corresponda a lo siguiente:

4 = negro	11 = amarillo	14 = gris
8 = morado	12 = verde	15 = azul
10 = café	13 = rojo	16 = rosa





Solución:









Solicite formar equipos de cinco alumnos para resolver la situación de aprendizaje.

a.
$$4\times4+20\times2=56$$

b.
$$60 \div 2 + 7 = 37$$

c.
$$6 + 5^2 - 2 = 29$$

d.
$$3^3 + 20 \div 2 + 1 = 38$$

e.
$$6 \times 3 + 30 = 48$$

f.
$$2(15-6)+5(10+2)-2(4)=70$$

h.
$$9 \times 5 + 135 \div 3 + 9 = 99$$

i.
$$96 \div 2 + 5 \times 10 = 98$$

i.
$$10 \times 10 - 13 = 87$$

I.
$$(40\times3) - (4\times7) = 92$$

$$m. 100 - 20 + 3 = 83$$

n.
$$2^3 \times 10 + 4 = 84$$

$$\tilde{n}$$
. $40 \times 2 - 7 = 73$

o.
$$4^2 \times 4 - 11 = 53$$

p.
$$8^2 - 2 = 62$$

q.
$$180 \div 3 + \sqrt{1} = 61$$

r.
$$5 \times 8 + 3 = 43$$

s.
$$10 \times 3 + 3 = 33$$

t.
$$(45 \div 3)2+2=32$$

u.
$$7 \times 3 = 21$$

$$V. \quad 3+2+6+4-3=12$$

w.
$$5^2 - 6 \times 2 = 13$$

$$x. 60 \div 4 - 11 = 4$$

y.
$$4 \times 5 - 6 = 14$$

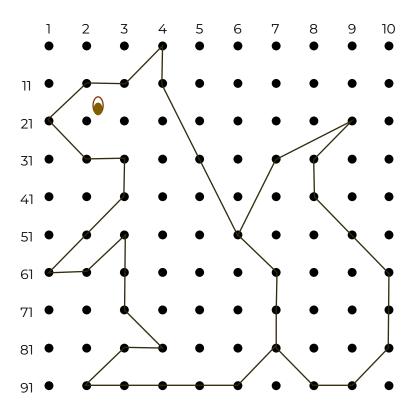
z.
$$3 \times 20 - 4 = 56$$

aa.
$$24 \div 4 \times 10 + 7 = 67$$

ab
$$14 - 7 + 140 \div 2 = 77$$



Solución:



a. ¿Qué figura se formó?

Una ardilla.

b. ¿Cuál sería la causa por lo que algunos puntos pudieran impedir que la figura fuera trazada correctamente?

Que los resultados de las operaciones no son los correctos, porque no se respetó la jerarquía de operaciones.

c. ¿Qué operaciones realizas primero en el inciso f?

Las que se encuentran entre paréntesis.





- Solicite a los equipos discutir las siguientes interrogantes.
- a. Una vez conocida la jerarquía de operaciones, verifica tus resultados de la actividad de aprendizaje y analiza si respetaste dicho orden. Comenta tus observaciones.

Esta respuesta puede variar, dependiendo de la actividad realizada por cada equipo.

b. ¿Cuándo aplicas correctamente la jerarquía de operaciones, puedes obtener diferentes resultados?

No, el resultado siempre será el mismo si se respeta la jerarquía de operaciones.

Cierre





Solicite a un integrante de cada equipo mostrar y explicar el proceso y sus resultados de la situación planteada. * Puede basarse en las siguientes preguntas.

*Utilice la dinámica que más se adecue a su comunidad estudiantil.

- ¿Utilizaste la jerarquía de operaciones al realizar el ejercicio?
- ¿Tu dibujo realizado fue el correcto?
- ¿En caso de no haber sido el correcto, crees que haya sido por la falta de utilización de la jerarquía de operaciones?









Indique que de manera individual resuelvan los siguientes ejercicios.

- 1. 5+7×2=19
- 2. $2^3 3 \times 2 + 8 \div 4 = 4$
- 3. (5-3+4)+25÷5= 11
- 4. $2 \times (6-2+7) 8-4 = 10$
- 5. $(9-3)+10\div5+4\times6-2^4=16$
- 6. Jorge regalará algunos de sus juguetes, los cuales tiene ordenados de la siguiente manera: en su cuarto tiene 2 en cada uno de los 2 cajones de sus 2 muebles, 4 en cada una de las 3 repisas, y de ellos decide quedarse con 4. En el cuarto de su mamá tiene 3 en cada uno de los 5 cajones, más 1 en una caja, y de ellos se queda con 3. ¿Cuántos juguetes en total regalará Jorge?

2×2×2+4×3-4+3×5+1-3=29 juguetes regalará

Fuentes de información

Pruebat - Fundación Carlos Slim. (2018). Recuperado de: https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/8a73c61facdda7a036ed31a539749ef7/149300/1-439

UNAM – rua mx. (2017) Hernández, C. Números enteros: operaciones básicas por orden de prioridad Recuperado de: https://www.rua.unam.mx/portal/recursos/ficha/20981/jerarquia-de-las-operaciones-2



Indicador

Reconoce el comportamiento de sucesiones aritméticas y geométricas al resolver problemas en diferentes contextos.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
 Operaciones aritméticas. Dominio de conceptos y fórmulas. Cálculo mental. 	 Respeto por el resto del grupo. Participación activa. Interés y compromiso para las actividades. Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema. Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. Análisis de la información.

Apertura





Indique a él o la estudiante que siga las instrucciones de la siguiente actividad y trabaje de forma individual.

Magia en las sucesiones

Instrucciones:

1. Escoge dos números naturales entre el 1 y el 15, no importando el orden y escribe cada uno de ellos en las primeras 2 casillas de la izquierda.

2. A continuación, la tercera casilla corresponderá a la suma de la primera y segunda, la cuarta casilla será la suma de los números de las casillas dos y tres, ejemplo:

C1	C2	C3=C1+C2	C4=C3+C2	C5=C4+C3	C6=C5+C4	C7=C6+C5	C8=C7+C6	C9=C8+C7	C10=C9+C8
12	4	16	20	36	56	92	148	240	388



¿Cuánto tiempo crees tardar en encontrar el valor de la suma de todas las casillas?

- 3. Sin utilizar la calculadora o cualquier aparato electrónico, encuentra el valor de la suma de las 10 casillas, el profesor tomará el tiempo que tarden en realizarlo.
- 4. Con el apoyo del compañero de a lado, revisen si está bien el valor de la suma, en caso de no ser así, háganle ver a su compañero cual fue el error.
- 5. Reflexiona lo siguiente:

¿Qué pensarían, si les digo que pueden encontrar el valor de las sumas en menos de 10 segundos? ¿Es posible? ¿Cómo se imaginan que pudiera ser?

El truco es, identificar el valor de la casilla número 7, ese valor multiplícalo por 11. ¿Qué observas?

¿Sucedió lo mismo para todos tus compañeros, sin importar que par de números escogieron? ¿Funcionará para números negativos? ¿Un positivo y un negativo? ¿Para números muy grandes? ¿Fracciones?

Si alguien no lo logra facilmente, puede apoyarse de sus compañeros.

Desarrollo





⇐️Guíe en plenaria, el análisis de la siguiente situación de aprendizaje.

Lore quiere iniciar una granja de conejos, para ello, sus mejores amigos Luis y Gaby le regalan un par de conejos bebés, un macho y una hembra. Las parejas de conejitos pueden tener bebés solo hasta el tercer mes de haber nacido.

Al **tercer** mes, la coneja tuvo 2 bebés, un macho y una hembra, por lo cual ya se tienen 2 parejas de conejitos.

Al **cuarto** mes, la parejita original, vuelve a tener otro par de conejitos, un macho y una hembra, por lo tanto ya hay 3 parejas de conejitos.

Al **quinto** mes la pareja original vuelve a tener otro par de bebés, y a su vez, la primera pareja de conejitos que nació, tienen también un par de bebés por lo tanto la granja ya cuenta con 5 parejas de conejitos.

Al **sexto** mes, la pareja original, la nacida en el tercer mes y la del cuarto mes, ya pueden tener un par de bebés cada una, más las 2 parejas de conejos nacidos en el quinto mes, ya son 8 parejas de bebés.

Nótese: Que los conejitos, siempre nacen en parejas, un macho y una hembra. Y después del segundo mes de nacidos, cada pareja ya puede tener bebés.

- a. ¿Cómo podríamos saber cuántos conejitos habrá en la granja de Lore, después de año y medio?
- b. ¿Hay algun apoyo gráfico que se pueda utilizar para lo anterior?
- c. ¿Existe una relación numérica, mes con mes, que nos ayude a determinar cómo crece la granja?
- Motive a las y los estudiantes a realizarse preguntas que lo acerquen al procedimiento que debe seguir para resolver el problema. Puede apoyarse en las siguientes preguntas:
- ¿Sabes qué es una sucesión?
 Es un conjunto ordenado de números, que siguen una determinada regla.
- o ¿Qué necesitas saber, para determinar, explicar y justificar una expresión matemática que represente una sucesión?
 - La regla para encontrar los elementos que representan el comportamiento de un problema.
- o ¿Cómo se llaman los elementos de una sucesión?

Términos.





Indique a las y los estudiantes que se reúnan en equipos de cuatro a cinco personas y den respuesta a las siguientes preguntas:



Sesión 4Tiempo previsto

90 minutos

- ¿Cómo podríamos saber, que tanto crece la granja mes con mes?
 Observando el comportamiento del incremento del número de nacimientos de los conejos.
- ¿Hay alguna forma de representar la cantidad de parejas de conejitos que hay mes con mes?

Mediante un diagrama de árbol o un modelo matemático.

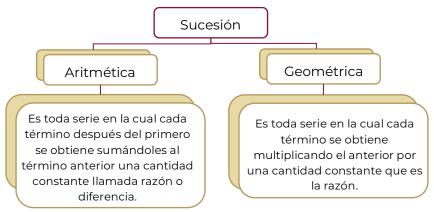




Recurra a la siguiente información para reforzar los conocimientos

Sucesiones:

Una sucesión es una lista de términos dispuestos en un orden específico de forma que queden definidos por una regla de dependencia determinada por el conjunto de los números naturales.



Ejemplo:

Un hombre avanza 6 m en el primer segundo y en cada segundo posterior avanza 25 cm más que el anterior. ¿Cuánto avanzó y que distancia habrá recorrido en 8 segundos?

Solución:

Te puedes apoyar en la siguiente tabla.



Sesión 4Tiempo previsto

90 minutos

Tiempo	1 seg	2 seg	3 seg	4 seg	5 seg	6 Seg	7 seg	8 seg
Avanza en metros	6	6.25	6.5	6.75	7	7.25	7.5	7.75
Distancia en metros	6	12.25	18.75	25.5	32.5	39.75	47.25	55

En la fila "Avanza" se muestra como se incrementa su desplazamiento conforme pasa el tiempo.

En la fila "Distancia" se muestra la suma de la distancia recorrida en el tiempo anterior con el nuevo avance.





Solicite a los y las estudiantes trabajar de manera individual en la resolución de los siguientes ejercicios.

a. Hallar la suma de los 8 primeros términos de 15, 19, 23, ...

Encontramos los 8 términos de la sucesión, serían:

15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43 sumamos los términos y nos da 232

b. Hallar la suma de los primeros 9 términos de 1/2, 1, 3/2, ...

Encontramos los términos faltantes, la sucesión completa es:

1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, 3, 7/2, 4, 9/2 la suma de los términos es: 45/2

c. Hallar los 10 primeros términos de -2, 1, 4, ...

Encontramos los términos faltantes, la sucesión completa es:

-2, 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25



d. Hallar el séptimo término de 1, 4, 9, ...

Encontramos los términos faltantes, y la sucesión completa es:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49 siendo este último el término que buscamos.

♣ Pida a las y los estudiantes dar solución a la situación de aprendizaje.

Lore quiere iniciar una granja de conejos, para ello, sus mejores amigos Luis y Gaby le regalaron un par de conejos bebés, un macho y una hembra. Las parejas de conejitos pueden tener bebés solo hasta el tercer mes de haber nacido.

Al **tercer** mes, la coneja tuvo 2 bebés, un macho y una hembra, por lo cual ya se tienen 2 parejas de conejitos.

Al **cuarto** mes, la parejita original, vuelve a tener otro par de conejitos, un macho y una hembra, por lo tanto ya hay 3 parejas de conejitos.

Al **quinto** mes la pareja original vuelve a tener otro par de bebés, y a su vez, la primera pareja de conejitos que nació, tienen también un par de bebés por lo tanto la granja ya cuenta con 5 parejas de conejitos.

Al **sexto** mes, la pareja original, la nacida en el tercer mes y la del cuarto mes, ya pueden tener un par de bebés cada una, más las 2 parejas de conejos nacidos en el quinto mes, ya son 8 parejas de bebés.

Nótese: Que los conejitos, siempre nacen en parejas, un macho y una hembra. Y después del segundo mes de nacidos, cada pareja ya puede tener bebés.

a. ¿Cómo podríamos saber, que tanto crece la granja mes con mes?

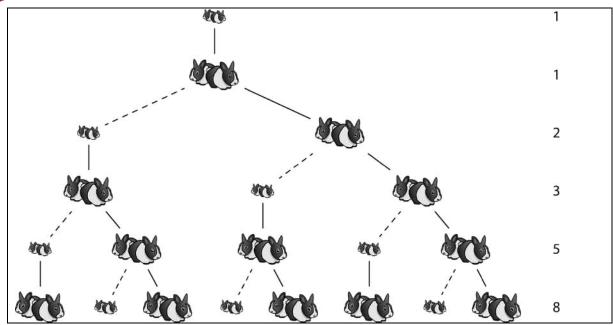
Para determinar una razón de cambio tenemos dos opciones, tomando parejas consecutivas de la sucesión buscar cual es la diferencia entre los valores, en caso de que no sea una constante, también se podría realizar una división entre los valores.

Es posible que al plasmar una sucesión se observe si hay un patrón de cambio constante.

b. ¿Hay alguna forma de representar la cantidad de parejas de conejitos que hay mes con mes?

Si, se podría utilizar una gráfica de árbol o una tabla





c. ¿Cómo podríamos saber cuántos conejitos habrá en la granja de Lore, después de año y medio?

Encontrar el patrón de la sucesión, donde el nuevo término a partir del tercer mes, es la suma de los dos anteriores por lo tanto la sucesión sería:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584 siendo este último término correspondiente al mes 18.





Indique que en equipos comparen sus respuestas y comenten sus resultados de la siguiente pregunta. Guíe las respuestas del grupo.

¿Cuál es la mayor dificultad en este tipo de ejercicios?



Cierre





Solicite a un integrante de cada equipo mostrar y explicar el proceso y sus resultados de la situación planteada.







Solicite a las y los estudiantes que de manera individual realicen los siguientes ejercicios.

1. ¿Cuál es el quinto término de la sucesión 4/3, 8/9, 16/27, ...?

4/3, 8/9, 16/27, 32/81, 64/243

2. ¿Cuál es el 9° término de la sucesión 2, 4, 6,...?

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18

3. ¿Cuál es la suma de los primeros 30 términos de la sucesión 1, 2, 3, 4,...?

465

4. ¿Cuál es la suma de los primeros 10 términos de 1, 2, 4, 8,...?

1023

5. Escribe los siguientes cinco términos de la sucesión 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,...

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144

Subsecretaría de Educación Media Superior

Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico



Sesión 4Tiempo previsto
90 minutos

Fuentes de información

- ✓ Red De Cerebros (30 de agosto de 2016) Fibonacci y el Número de Oro. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=8bCYiUIIF2k
- ✓ KhanAcademyEspañol (28 de febrero de 2020) Definición de sucesiones de manera explícita y recursiva. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=NYrEbcDhDE0 28/02/2020
- ✓ Stellamcz4 (20 de noviembre de 2010) Sucesión de Fibnacci.avi. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=He1z5DdTmQQ
- ✓ Derivando (08 de septiembre de 2015) La sucesión de Fibonacci y la razón aúrea. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=yDyMSliKsxl
- ✓ ElProfeJose(8 de abril de 2016) Truco de Magia Numérica El Legado de Fibonacci Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=GLIBpgX7Lk4



Indicador

Aplica la proporcionalidad directa e inversa en la solución de problemas vinculados con su vida cotidiana.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
Operaciones aritméticas.Manejo de la	 Conoce sus debilidades y fortalezas. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema.
información. Dominio de conceptos y fórmulas. Cálculo mental.	 Toma decisiones razonadas y responsables. Convive de manera armónica. 	 Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. Análisis de la información. Síntesis de la información.

Apertura





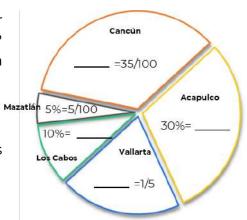
Indique a las y los estudiantes que realicen de forma individual la siguiente actividad.

¿Recuerdas que el porcentaje también puede ser representado por medio de una fracción? Completa el siguiente esquema, el cual representa el porcentaje de viajeros a diferentes sitios turísticos los primeros meses del año desde la Ciudad de México.

Solicite a 6 de las y los estudiantes sus respuestas

Respuestas

10%=1/10 20%=1/5 35%=35/100 30%=3/10





Desarrollo





Guíe en plenaria el análisis del siguiente problema:

Para viajar de la Ciudad de México a la ciudad de Acapulco, Gro. (por la autopista del sol) se recorre una distancia de 380 kilómetros.

- a. Si se viaja a una velocidad constante de 90 km/hr, ¿en cuánto tiempo se llega a su destino?
- b. Si Cuernavaca, Mor está a 87 kilómetros de la Ciudad de México, ¿cuánto tiempo se requiere para pasar por esta ciudad?
- c. Si el auto en que se viaja, fuera a una velocidad de 110 km/hr, ¿en cuánto tiempo se llegará a Acapulco?
- d. Al pasar por Cuernavaca, ¿qué porcentaje del recorrido total se tiene?
- e. Si un auto compacto de 4 cilindros gasta en promedio 14 km por litro, ¿cuánto combustible se utilizó para el viaje?
- f. ¿Qué relación tienen la velocidad y la distancia?
- g. ¿Qué relación tienen la velocidad y el tiempo?
- h. ¿Cuál es la relación entre distancia y gasto de gasolina?
- Solicite a 4 o 5 de las y los estudiantes las respuestas de las siguientes preguntas:
- > ¿Necesitan algunas fórmulas o procedimientos para responder las preguntas que se plantearon anteriormente? ¿Cuáles?
 - Si. La fórmula para calcular la velocidad, reglas de proporcionalidad o regla de tres.









Solicite a los equipos respondan las siguientes preguntas:

a. ¿Qué es una proporción?

Una igualdad entre dos razones, (una razón es la comparación entre dos cantidades).

b. ¿Cuáles son los tipos de proporciones que existen?

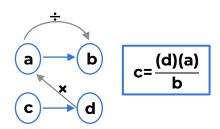
Directa e Inversa.



Repase con las y los estudiantes los siguientes temas para resolver la situación planteada.



Proporción directa. Se relacionan dos magnitudes en las que al aumentar una también aumenta la otra y viceversa.



Ejemplo:

Si un dólar cuesta \$19.25, ¿cuánto costarán 25 dólares?

Planteamiento:

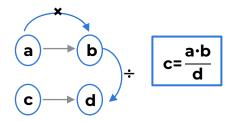


Sesión 5

Tiempo previsto 90 minutos

En las unidades, al dividir dólares entre dólares se suprimen, quedando el resultado en pesos.

Proporción indirecta o inversa. Es una relación de magnitudes en la que al aumentar una la otra disminuye y viceversa.



Ejemplo:

Si una llave llena un estanque en 3 horas, en cuanto lo harán dos llaves de las mismas características.

Planteamiento:

1 llave -----
$$x = \frac{(2 \text{ llaves})(3 \text{ horas})}{1 \text{ llave}} = 6 \text{ horas}$$

como podrás observar no es factible esa respuesta, pues claramente al aumentar el número de llaves disminuirá el tiempo de llenado, por lo que procedemos a invertir una columna en el planteamiento:

1 llave -----
$$x = \frac{1 \text{ llave}(3 \text{ horas})}{2 \text{ llaves}} = 1.5 \text{ horas}$$

Porcentaje. El cálculo de porcentajes es una proporción directa, en donde el total es el 100%

Ejemplo:

Obtener el 22% de 1250

Planteamiento:

$$100\%$$
 ------ 1250 $x = \frac{(22)(1250)}{100} = 275$





Solicite a las y los estudiantes, que de manera individual, resuelvan los siguientes ejercicios:

1. Si dos trabajadores realizan una actividad asignada en 5 días, ¿en cuantos días realizarán la misma actividad si les ayudan 3 personas más?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
	2 trabajadores5 días	(2) (5)
Inversa	5 trabajadoresx días	$x = \frac{(27/8)^7}{5} = 2 \text{ días}$

2. Don Juan el panadero utiliza 10 kg de harina para hacer 70 piezas de pan, ¿cuánta harina necesita para 20 piezas?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
Directa	70 piezas10 kg	(20) (10)
Directa	20 piezasx kg	$x = \frac{(20)(10)}{70} = 2.85 \text{ kg}$

3. En un salón de clase hay 25 niñas y 15 niños, ¿qué porcentaje de niñas hay en el salón?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
Directa	40100%	$x = \frac{(25)(100)}{=62.5\%}$
Directa	25x %	40



Las proporciones se plantean y resuelven por medio de regla de tres, donde se tienen tres datos y uno más desconocido que es el que se calcula.







Solicite a las y los estudiantes que en forma individual respondan a las preguntas de la situación de aprendizaje.

Para viajar de la Ciudad de México a la ciudad de Acapulco, Gro. (por la autopista del sol) se recorre una distancia de 380 kilómetros.

a. Si se viaja a una velocidad constante de 90 km/h ¿en cuánto tiempo se llega a su destino?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
Directa	90 km1 hora	$v = \frac{(380 \text{ km}) (1 \text{ h})}{(1 \text{ m})} = 4.22 \text{ h}$
Directa	380 kmx horas	90 km

b. Si Cuernavaca, Mor. está a 87 kilómetros de la Ciudad de México, ¿cuánto tiempo se requiere para pasar por esta ciudad?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
Directa	90 km1 hora	x= (87 km) (1 h)
Directa	87 kmx horas	90 km

c. Si el auto en que se viaja, fuera a una velocidad de 110 km/h ¿en cuánto tiempo se habría llegado?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
lm) (a rae	110 km/h 1 h	(380 km) (1)
Inversa	380 kmx horas	$x = \frac{(360 \text{ km})^2 (1)}{110 \text{ km/h}} = 3.45 \text{ h}$

d. Al pasar por Cuernavaca, ¿qué porcentaje del recorrido total se tiene?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
Directa	380 km100% 87 kmx %	$x = \frac{(87 \text{ km}) (100 \%)}{380 \text{ km}} = 22.89\%$



e. Si un auto compacto de 4 cilindros gasta en promedio 14 km por litro, ¿cuánto combustible se utilizó para el viaje?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
	14 km1 litro	$x = \frac{(380 \text{ km}) (1 \text{ L})}{(1 \text{ L})^2}$
Directa	380 kmx litros	14 km = 27.14 L

f. ¿Qué relación tienen la velocidad y la distancia?

Son directamente proporcionales.

g. ¿Qué relación guardan la velocidad y el tiempo?

Son inversamente proporcionales.

h. ¿Cuál es la relación entre distancia y gasto de gasolina?

Son directamente proporcionales.





Solicite a las y los estudiantes, que analicen sus respuestas en equipo y determinen una solución correcta.

Respondan las siguientes preguntas.

1. ¿Es correcto hacer menos tiempo a menor velocidad? ¿Por qué?

No, porque son variables que están en proporción inversa.

2. ¿Se puede recorrer más distancia a más velocidad? ¿Por qué?

Sí, son variables que están en proporción directa.

3. Si vas a la mitad del recorrido, ¿Qué porcentaje llevas del viaje?

50%



Cierre





Coordine la plenaria para que cada equipo comparta sus resultados y sus observaciones.

Promueva la participación de todos los integrantes del grupo al contestar las siguientes preguntas.

- > ¿Cuál es la diferencia entre proporción directa e inversa?
- > ¿Reconocieron el procedimiento de solución, conocen algún otro? ¿En dónde lo puedes utilizar?
- > ¿Qué temas analizamos?







Indique que resuelvan, de manera individual los siguientes problemas:

1. En 50 litros de agua de mar hay 1,300 g de sal. ¿En cuántos litros de agua hay 5,200 g de sal?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
	1300 g50 litros	$x = \frac{(5200 \text{ gr}) (50 \text{ L})}{200 \text{ gr}} = 200 \text{ L}$
Directa	5200 gx litros	x- 1300 g



2. Un coche gasta 5 litros de gasolina cada 100 km ¿Cuántos km recorrerá con 28 litros?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
	5 litros100 km	$x = \frac{(28 \text{ L}) (100 \text{ km})}{2.000 \text{ m}} = 560 \text{ km}$
Directa	28 litrosx km	x==560 km

3. Cinco obreros hacen una pared en 15 días. ¿Cuánto tardarán 3 obreros en hacer la misma pared?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
	5 obreros15 días	(5) (15)
Inversa	3 obrerosx días	$x = \frac{(3)^{2}(3)^{2}}{3} = 25 \text{ días}$

4. Un granjero tiene comida para alimentar a sus 12 vacas durante 45 días. Si compra 3 vacas más, ¿cuánto le durará la comida?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
	12 vacas45 días	(12) (45)
Inversa	15 vacasx días	$x = \frac{(1-7)^{2}(1-5)^{2}}{15} = 36 \text{ días}$

5. Una rueda da 4,590 vueltas en 9 minutos. ¿Cuántas vueltas dará en 2 horas y media?

Tipo de Proporción	Planteamiento	Solución
Directa	9 min4590 vueltas 150 minx vueltas	$x = \frac{(150)(4590)}{9} = 76500 \text{ vueltas}$

Fuentes de información

IES "Los Colegiales" Matemáticas 1º ESO (octubre de 2018) De los problemas. Recuperado de: https://matematicasiesoja.files.wordpress.com/2018/10/problemas-de-proporcionalidad.pdf

Khan Academy (28 de febrero de 2020) De la teoría de razones y proporciones. Recuperado de: https://es.khanacademy.org/search?page_search_query=razones%20y%20proporciones

Khan Academy (27 de febrero de 2020) De cálculo de porcentajes. Recuperado de: https://es.khanacademy.org/search?referer=%2F&page_search_query=porcentajes



Indicador

Utiliza lenguaje algebraico para representar, generalizar y evaluar situaciones o problemas de la vida cotidiana.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
Operaciones aritméticas.Manejo de la	Respeto por el resto de grupo.Participación activa.	 Traduce materiales verbales, simbólicos y matemáticos.
información.Síntesis de la información.Cálculo mental.	 Interés y compromiso para las actividades. Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la 	 Aplica el uso de abstracciones en situaciones particulares, presentadas en forma de ideas generales.
	diferencia de opiniones.	 Evalúa y forma juicios sobre materiales y métodos de acuerdo a los propósitos.

Apertura





Promueva con las y los estudiantes un juego de adivinanzas y organice una competencia entre ellos reuniéndolos en equipos de al menos tres integrantes.

Instrucciones:

- 1. Al azar definan quien será el moderador.
- 2. Quien resulte serlo, leerá las adivinanzas y llevará el registro de los puntos acumulados de los que aciertan.
- 3. Por cada adivinanza respondida correctamente obtendrán un punto a su favor.



Adivinanzas

- ✓ Hay 2 padres y 2 hijos, pero sólo hay 3 personas. ¿Cómo es?
 El abuelo, el padre y el hijo.
- ✓ Son las doce de la mañana, hora de mis pastillas. Me tengo que tomar 4 pastillas, una cada hora. ¿A qué hora me tomaré la última?

A las 3 de la tarde.

- ✓ Aquí estamos doce hermanos; yo, que el segundo nací, soy el menor entre todos: ¿Cómo puede ser así?
 - Febrero, porque es el segundo mes y el que tiene menor número de días.
- ✓ Si 5 máquinas hacen 5 artículos en 5 minutos, ¿cuánto tiempo dedicarán 100 máquinas en hacer 100 artículos?
 - 5 minutos, porque cada artículo se elabora en 5 minutos.
- ✓ ¿Un cántaro lleno de qué, pesa menos?

De agujeros.

Pocoyo (2018). Adivinanzas para niños y acertijos matemáticos con respuesta Recuperado de: https://www.pocoyo.com/adivinanzas/matematicas

Desarrollo





- Despierte el interés de las y los estudiantes comentándoles que, aunque las adivinanzas podrán ser un juego, se parecen a muchas situaciones reales.
- ➡Guíe en plenaria, el análisis del siguiente problema:

Considera que tu papá tiene un comercio de productos de importación. Hay un producto nuevo que le interesa saber su desempeño. Sin embargo, olvidó pedirles a sus empleados llevar un registro de las ventas de dicho producto. Al preguntarles sobre las ventas ellos respondieron lo siguiente:

Juan: Sólo recuerdo que el lunes vendí el doble de lo que se vendió el martes.

Sofía: El miércoles que yo estuve a cargo sólo vendí una tercera parte de todo lo que vendió Juan, pero el jueves vendí 10 más que el miércoles.

Heber: Pues el viernes ya sólo quedaban 15 y ese mismo día se vendieron todos.

Tu papá te pide ayuda y te comenta que la etiqueta de la caja del producto marcaba un contenido de 100 piezas.

- a. ¿Qué podemos hacer para solucionar ese problema?
- b. ¿Cuánto se vendió con exactitud cada día?
- Apóyese en las siguientes preguntas para acercar a las y los estudiantes al procedimiento de solución del problema.
- o Las cantidades vendidas cada día ¿se suman, se restan o se multiplican?
- o Las ventas del producto en todos los días, ¿a cuánto deben equivaler?



- Invite a las y los estudiantes a formar equipos colaborativos de 4 a 6 integrantes y a dar respuesta a las siguientes preguntas:
- o ¿Qué día podemos tomar como referencia?
- o ¿Cómo podemos representar matemáticamente la venta de cada día?
- o ¿Cómo interpretarían los testimonios de los trabajadores?



Realice la siguiente lectura guiada y explique las dudas que puedan surgir.





Las matemáticas son un lenguaje, hecho por los humanos para los humanos. Y como todo lenguaje, tiene sus reglas. Y si conoces sus reglas, podrás entender las matemáticas.

La base está en este lenguaje que nos ayuda a describir con palabras lo que dicen los objetos matemáticos, es decir, las ecuaciones, funciones, gráficas, etc.

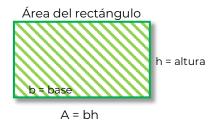
El lenguaje algebraico se parece mucho al lenguaje común y puede describir situaciones sencillas y fáciles de entender, así como situaciones más complejas y que implican un mayor análisis de los argumentos.

Ejemplos:

Lenguaje ordinario	Lenguaje algebraico
Un número cualquiera	а
Tres números cualquiera	a, b, c
La suma de dos números cualquiera	a + b
La diferencia de dos números cualquiera	a – b

Y que puede expresar fórmulas y ecuaciones comunes, como obtener el área de un rectángulo considerando que no se conoce aún el valor de sus lados.

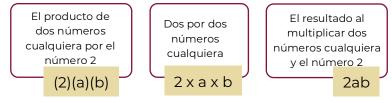
"Área igual al producto de la base por la altura "



Así como en el lenguaje común, existen diferentes formas de expresar la misma idea, en el lenguaje algebraico también sucede lo mismo.

Ejemplo:





En la división también encontrarás formas distintas de expresarla, considera el siguiente ejemplo:



Desarrolle la siguiente situación, guiando la solución del ejercicio.

Durante el fin de semana pasado se hizo una actividad para restaurar los jardines de la escuela mediante el club de ecología. El equipo de Hugo sembró 8 plantitas más que nosotros, pero nosotros sembramos el doble de lo que plantó el equipo de Aarón, porque se la pasaron jugando. Al final del día entre todos sembramos 53 plantitas.



Separar el problema en los elementos principales a los que está haciendo referencia.

El equipo de Hugo	Nosotros	El equipo de Aarón
sembró 8 plantitas	sembramos el doble	Nota: Sólo se hace
más que nosotros.	de lo que plantó el	referencia al equipo de
	equipo de Aarón.	Aarón porque no se menciona cuantas plantas sembró este equipo.



Identificar cuál de los elementos del problema es el que se toma como la incógnita para la construcción de los demás.

- El equipo de Hugo hace referencia al equipo de "nosotros".
- El equipo de nosotros hace referencia al equipo de "Aarón".
- El equipo de Aarón no hace referencia a alguien más.



Por lo tanto, la principal incógnita es el equipo de Aarón, entonces ese equipo será la variable en la interpretación algebraica y la representaremos con x.

Equipo de Aarón = x



Interpreta en leguaje algebraico cada elemento seleccionado en el paso 1.

El equipo de Hugo	Nosotros	El equipo de
sembró 8 plantitas más que nosotros.	sembramos el doble de lo que hizo el equipo de Aarón.	Aarón Nota: Sólo se hace referencia al equipo de Aarón porque no se menciona cuantas plantas sembró este equipo.
2x + 8	2x	x



Por último, realizamos una interpretación en lenguaje algebraico de toda la situación. Y en este caso nos enfocamos en la frase con la que cierra el problema.

"Al final del día entre todos sembramos 53 plantitas"

2x+8	+	2x	+	Χ	=53
Equipo de	_	Nuestro	_	Equipo de	=53
Hugo	T	equipo		Aarón	-53

Si el tema fuera la solución de ecuaciones lineales, tendríamos que realizar más pasos como: desarrollar operaciones, reducir términos semejantes y encontrar el valor de la x, pero en esta ocasión solo nos enfocaremos en la interpretación en lenguaje algebraico.







Solicite a las y los estudiantes (sin desintegrar los equipos) trabajar de manera individual completando la siguiente tabla y resolviendo los ejercicios.

a.

Lenguaje ordinario	Interpretación	Lenguaje algebraico
El doble de un número	(2)(x)	2x
La cuarta parte de un número	x ÷4	$\frac{x}{4}$
El quíntuple de un número	5 ·x	5x
Un número disminuido en 3 unidades	x-3	x-3
El cubo de un número	$(x)^3 \circ x \cdot x \cdot x$	x ³
El cuádruple de un número disminuido en 2 unidades	4 · x-2	4x-2
El cuadrado de un número más su triple	(x) ² +3 · x	x ² +3x
La mitad de un número menos su cuarta parte	(x ÷2)-(x ÷4)	$\frac{x}{2} - \frac{x}{4}$
La semisuma de dos números	(x+y)÷2	<u>x+y</u> 2
Dos tercios del producto de dos números	$\frac{2}{3}$ (x·y)	$\frac{2xy}{3}$

SlideShare. (2011). Lenguaje algebraico. Ecuaciones. Ejercicios resueltos. Recuperado de: https://es.slideshare.net/DGS998/ejercicios-resueltos-7320815

b. La edad de tu papá es el doble de tu edad y tu papá tiene 34 años.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:
edad de mi papá = 34	2x = 34
edad de mi papá = 2 · mi edad	



c. Dos boletos para el cine cuestan la mitad del combo familiar o el quíntuple de un refresco.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:
2 boletos = combo familiar ÷ 2	$2x = \frac{C}{2}$
2 boletos = 5 refrescos	2x=5r

d. La cantidad de artículos vendidos hoy, equivale al triple de los vendidos ayer menos 10 artículos.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:
Hoy = 3 ayer –10	y=3x-10

e. El área de un triángulo es la mitad de la base por la altura.

Interpretación:	Lenguaje algebraico:
Área =(base · altura) ÷ 2	$A = \frac{bh}{2}$





Solicite a los equipos completen la siguiente tabla interpretando matemáticamente la venta de cada día de la semana de acuerdo a los argumentos de cada empleado y expresen algebraicamente la sumatoria de los cuatro días.

Considera que tu papá tiene un comercio de productos de importación. Hay un producto nuevo que le interesa saber su desempeño. Sin embargo, olvidó pedirles a sus empleados llevar un registro de las ventas de dicho producto. Al preguntarles sobre las ventas ellos respondieron lo siguiente:

Juan: Sólo recuerdo que el lunes vendí el doble de lo que se vendió el martes.

Sofía: El miércoles que yo estuve a cargo sólo vendí una tercera parte de todo lo que vendió Juan, pero el jueves vendí 10 más que el miércoles.

Heber: Pues el viernes ya sólo quedaban 15 y ese mismo día se vendieron todos.



Tu papá te pide ayuda y te comenta que la etiqueta de la caja del producto marcaba un contenido de 100 piezas.

Día	Empleado en turno	Argumento del empleado	Interpretación	Lenguage algebraico
Lunes	Juan	El lunes vendí el doble de lo que	2 · Martes	2x
Martes	Juan	se vendió el martes.	Martes	Х
Miércoles	Sofía	El miércoles sólo vendí una tercera parte de todo lo que vendió Juan.	Lunes+Martes 3	$\frac{2x + x}{3} = \frac{3x}{3} = x$
Jueves	Sofía	El jueves vendí 10 más que el miércoles.	Miércoles+10	x + 10
Viernes	Heber	El viernes ya sólo quedaban 15 y ese mismo día se vendieron todos.	15	15

Lunes	+	Martes	+	Miércoles	+	Jueves	+	Viernes	=	100
2x	+	X	+	$\left[\frac{2x+x}{3}\right]$	+	$\left[\frac{2x+x}{3}+10\right]$	+	15	=	100
2x	+	X	+	×	+	x+10	+	15	=	100

Indique a los equipos comparen sus respuestas referente a la situación de aprendizaje inicial, comenten sus resultados y respondan las siguientes preguntas:



- 1. ¿Qué día tomaron como referencia en la solución del problema? ¿Por qué?
- 2. ¿Separar la situación particular por día facilitó entender el problema? ¿Por qué?
- 3. Transformar el lenguaje ordinario en una interpretación matemática y posteriormente en un lenguaje algebraico, ¿les fue complicado? ¿Por qué?
- 4. ¿Pudieron elaborar una ecuación de lo sucedido durante los cinco días mediante el lenguaje algebraico?

Cierre





Solicite a un integrante de cada equipo mostrar y explicar el proceso y sus resultados de la situación anterior, así como las respuestas a las preguntas.







Indique a las y los estudiantes que de forma individual, resuelvan los siguientes ejercicios.

Instrucciones: Lee las siguientes situaciones y construye una interpretación mediante lenguaje algebraico.

1. La mitad de lo que debe Raúl más el doble de la deuda de Javier asciende a 28 500 pesos.

$$\frac{x}{2}$$
 +2y=28 500

- 2. La receta para el café expreso mexicano especial es:
 - Se toma el café michoacano como la base.
 - Se agrega una porción de café cubano equivalente a un tercio del michoacano.
 - Por último, del café chiapaneco llevará el doble de la porción cubana.



Al final deberán resultar 500 gramos.

¿Cómo queda escrita la mezcla en un lenguaje algebraico?

Porción michoacana	Porción cubana	Porción chiapaneca		
×	x 3	$2\frac{x}{3}$		
$x + \frac{x}{3} + 2\frac{x}{3} = 500$				

3. Interpreta mediante lenguaje común las siguientes expresiones en lenguaje algebraico.

Lenguaje algebraico	Lenguaje común
P = 2лr	El perímetro es igual al doble del producto de π por radio.
V = ³	El volumen es equivalente al cubo de uno de sus lados.
(a + b) ²	El cuadrado de la suma de dos números cualquiera.
2 5	Dos quintos de un número cualquiera.



Invite al estudiante a visitar la siguiente liga, en donde pondrá en práctica el lenguaje algebraico jugando.

https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/lenguaje-algebraico

Fuentes de información:

Pocoyo (2018). Adivinanzas para niños y acertijos matemáticos con respuesta Recuperado de: https://www.pocoyo.com/adivinanzas/matematicas

SlideShare. (2011). Lenguaje algebraico. Ecuaciones. Ejercicios resueltos. Recuperado de: https://es.slideshare.net/DGS998/ejercicios-resueltos-7320815

Aprende matemáticas. (2020). Lenguaje algebraico. (s.f.). Recuperado de: https://www.aprendematematicas.org.mx/unit/lenguaje-algebraico/

Cerebriti. (2020). Lenguaje algebraico. Recuperado de:

https://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/lenguaje-algebraico

Bohorquez, M. (1981). En el amable mundo de la matemática. México. Patria.



Sesión 7Tiempo previsto

90 minutos

Indicador Reduce términos semejantes de expresiones algebraicas.					
Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo			
 Operaciones aritméticas. 	Respeto por el resto del grupo.	 Comprensión inicial del planteamiento del problema. 			
 Dominio de conceptos y fórmulas. 	Participación activa.Interés y compromiso para las actividades.	 Reflexión del problema y de los 			
Cálculo mental.	 Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	recursos necesarios para la solución.			

Apertura





Dé a las y los estudiantes las siguientes instrucciones.

Bolas de nieve

Instrucciones:

- 1. En un trozo de papel, reciclado de preferencia, escriban una fruta de su agrado.
- 2. Una vez escrita la expresión, hagan una bolita de papel y arrójenla al frente del salón simulando bolas de nieve.
- 3. Pasen y levanten una bolita de nieve, abran el papel y reúnanse con otros estudiantes que coincidan con la fruta que tienen en el papel que les tocó y compartan una frase que los motive para empezar el día.
- Solicite que guarden ese papel el resto del día, y si en el transcurso de éste pasan por un mal momento, abran el papel y recuerden el mensaje de motivación que compartieron sus compañeros.



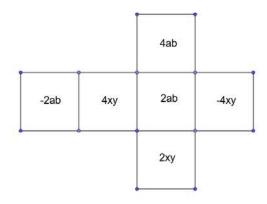
Desarrollo

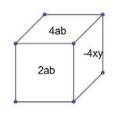




Guíe en plenaria, el análisis de la siguiente situación e indique que no completen la tabla, ni responda las preguntas.

El docente de álgebra diseña una estrategia de enseñanza aprendizaje, que consiste en fabricar un dado, pero en lugar de escribir los puntos tradicionales, escribe en él, letras y números. Solicita al estudiantado que lancen el dado y registren lo que les aparece, el reto es que al final de todo el proceso gana quien sume más puntos. El docente y sus alumnos deciden hacer un registro de los resultados en la siguiente tabla, obsérvala.





		Resultados			
Lanzamientos	Juan	Miguel	Pedro		
1	4ab	-2xy	-4xy		
2	4ab	2ab	-4xy		
3	2xy	4ab	2ab		
4	-2ab	-2ab	2ab		
5	-4xy	4xy	4ab		
6	4ab	2ab	4ab		
7	2ab	-4xy	-4xy		
8	2ab	2ab	2xy		
9	2xy	4xy	2xy		
10	4xy	4ab	2xy		



Sesión 7

Tiempo previsto 90 minutos

1. Coloca los términos semejantes y el operador de suma (+) o resta (-), en la columna que le corresponde.

	Juan		N	1igue	el	F	Pedr	0
ab		ху	ab		ху	ab		xy

→Guíe a las y los estudiantes a plantearse estrategias que lo acerquen al procedimiento que debe seguir para resolver el problema. Realice las siguientes preguntas:

• ¿Qué operación matemática debo aplicar?

Suma

¿Qué puedo hacer si existen diferentes letras con números?
 Separar letras iguales es decir agrupar términos semejantes.

• ¿Qué debo hacer con los datos que tienen signo negativo? Recordar y aplicar ley de signos para sumar y restar.





Invite a las y los estudiantes a formar equipos colaborativos de 4 a 6 integrantes y a dar respuesta a las siguientes preguntas:

• ¿Cómo puedes resolver el problema?

Realizando una suma algebraica.

¿Qué procedimiento facilita la resolución del problema?
 Reducción de términos semejantes.



Sesión 7Tiempo previsto



Recurra a la siguiente información para reforzar los conocimientos.

Los términos semejantes están formados por las mismas variables con los mismos exponentes, y en algunos casos estos sólo se diferencian por sus coeficientes numéricos.

También son considerados términos semejantes aquellos que no tienen variables; es decir, aquellos términos que sólo poseen constantes. Por ejemplo, los siguientes términos son semejantes:

-6x²-3x². Ambos términos tienen la misma variable x².

-4a²b³ +2a²b³. Ambos términos tienen las mismas variables a²b³.

-7 -6. Ambos términos son constantes.

La reducción de términos semejantes se hace aplicando la propiedad asociativa de la adición y la propiedad distributiva del producto. Usando el siguiente procedimiento se puede hacer una reducción de términos:

- J. Se agrupan los términos semejantes.
- Se suman o restan los coeficientes (los números que acompañan a las variables) de los términos semejantes, y se aplican las propiedades asociativas, conmutativas o distributivas, según sea el caso.
- Se escriben los nuevos términos obtenidos, colocando delante de éstos el signo que resultó de la operación.

Ejemplo:

Reducir los términos de la siguiente expresión:

$$10x + 3y + 4x + 5y$$

Solución:

$$(10 + 4)x + (3 + 5)y$$

20



Sesión 7Tiempo previsto
90 minutos



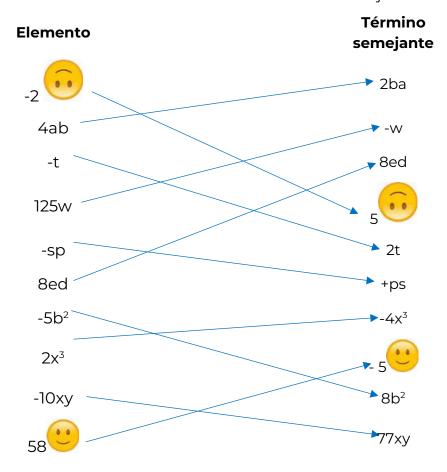
Para reducir términos semejantes es importante tomar en cuenta los signos que tienen los coeficientes de las variables para poder aplicar ley de signos para suma y resta.



Solicite al estudiantado trabajar de manera individual respondiendo lo que se solicita en cada caso:

a. Realiza las siguientes operaciones:

b. Relaciona con una línea cada elemento con su término semejante.





c. Llena la tabla colocando lo que se solicita en cada columna:

Expresión algebraica	Signo	Coeficiente	Literal	Potencia	Término semejante
8b ²	+	8	b	2	-5b ²
-4x ³	-	4	X	3	2x ³
77xy	+	77	xy	1	-10xy
-2ab	-	2	ab	1	4ab
2x ³	+	2	X	3	-4x ³
4ab	+	4	ab	1	-2ab
-5b ²	-	5	b	2	8b ²
-10xy	-	10	ху	1	77xy

Solicite al estudiantado trabajar de manera individual respondiendo la situación de aprendizaje.

El docente de álgebra diseña una estrategia de enseñanza aprendizaje, que consiste en fabricar un dado, pero en lugar de escribir los puntos tradicionales, escribe en él, letras y números. Solicita al estudiantado que lancen el dado y registren lo que les aparece, el reto es que al final de todo el proceso gana quien sume más puntos. El docente y sus alumnos deciden hacer un registro de los resultados en la siguiente tabla, obsérvala.

Languariantes		Resultados				
Lanzamientos	Juan	Miguel	Pedro			
1	4ab	-2xy	-4xy			
2	4ab	2ab	-4xy			
3	2xy	4ab	2ab			
4	-2ab	-2ab	2ab			
5	-4xy	4xy	4ab			
6	4ab	2ab	4ab			
7	2ab	-4xy	-4xy			
8	2ab	2ab	2xy			
9	2xy	4xy	2xy			
10	4xy	4ab	2xy			



Sesión 7

Tiempo previsto 90 minutos

1. Coloca los términos semejantes en la columna que le corresponde.

	Juar		Mi	gu	el	P	edro
4ab+4ab	2	2xy	2ab+4ab		-2xy+4xy	2ab+2ab	-4xy-4xy
-2ab+4ab	-	4xy+2xy	-2ab+2ab+2a	b	-4xy+4xy	+4ab+4ab	-4xy+2xy
+2ab+2ab	-	-4xy	+4ab				+2xy+2xy
14ab	_+	_ 4 xy	<u>12a</u> b .	+	<u>2x</u> y	<u>12</u> ab .	6xy





Indique que en equipos comparen sus respuestas, comenten sus resultados y den respuesta a las siguientes interrogantes.

1. ¿La suma o reducción de términos semejantes que realizaste por cada columna puede expresar un puntaje de los dados?

Si

¿Por qué?

Las expresiones algebraicas representan fenómenos o sucesos diferentes de la vida cotidiana, una letra igual a un valor determinado.

2. ¿La redución de términos semejantes de los datos puede definir un ganador?

Si

¿Por qué?

Es como si se sumaran los puntos.

3. ¿Quién sería el ganador?

Juan

Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico

Sesión 7Tiempo previsto
90 minutos

¿Por qué?

Porque al reducir términos semejantes es quien más literales tiene, por tanto un valor de puntos más alto.

Cierre





Solicite a un integrante de cada equipo explicar el proceso y los resultados de la situación planteada, respondiendo a las siguientes interrogantes.

• ¿Qué procedimiento utilizaste?

Reducción de términos semejantes, suma algebraica.

• ¿Qué aprendiste?

Simplificar expresiones algebraicas, suma algebraica.

• ¿Dónde puedes aplicar lo que aprendiste?

En diversas situaciones donde se tengan más de un término con las mismas literales y exponentes.







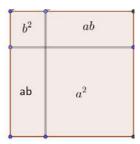
Solicite al estudiantado que de manera individual realice los siguientes ejercicios.



Sesión 7

Tiempo previsto 90 minutos

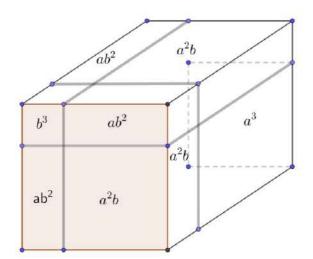
1. Si se divide un cuadrado en las siguientes secciones y cada expresión indica un área determinada. Expresa el área total de dicho cuadrado:



 $A = a^2 + b^2 + ab + ab$

 $A = a^2 + b^2 + 2ab$

2. Cada una de las secciones de la figura representa una porción del volumen. Determina el volumen total del cubo.



 $V = a^3 + b^3 + ab^2 + a^2b + ab^2 + a^2b + ab^2 + a^2b$

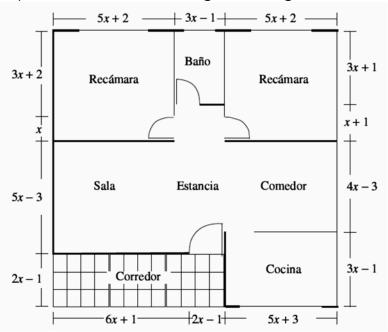
 $V = a^3 + b^3 + 3ab^2 + 3a^2b$



Sesión 7Tiempo previsto

90 minutos

3. Indica la expresión algebraica que determine el perímetro total de la construcción que se muestra en la siguiente figura.



$$P = 5x+2 + 3x-1 + 5x+2 + 3x+1 + x+1 + 4x - 3 + 3x - 1 + 5x+3 + 2x - 1 + 6x+1 + 2x - 1 + 5x - 3 + x+3x+2$$

P = 48x + 2



Invite al estudiante a visitar la siguiente liga, para mayor información y realimentación del tema:

http://matematicas fun. blogs pot. com/2011/11/reduccion-de-terminos semejantes. html

Fuentes de información:

Lifeder.com. (2019). Bellver, R. 17 Técnicas y Juegos de Relajación Para Niños. Recuperado de: https://www.lifeder.com/tecnicas-relajacion-para-ninos/

Colegio Nacional de Matemáticas. (2009). Matemáticas simplificadas. Segunda edición. Pearson educación. México.



Indicador

Sentido numérico y pensamiento algebraico multiplicación de expresiones algebraicas.

algebraicas.		
Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
Expresiones algebraicas.Manejo de la	◆Conoce sus debilidades y fortalezas.	◆Comprensión inicial del planteamiento del problema.
información. Leyes de los exponentes.	◆Toma decisiones razonadas y responsables.	 Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución.
Multiplicación algebraica.Cálculo mental.	◆Convive de manera armónica.	◆Análisis de la información.

Apertura





Indique a las y los estudiantes que siga las instrucciones de la siguiente actividad y trabaje por equipos.

El pasillo de los secretos

El pasillo de los secretos consiste en que cada integrante del equipo debe decir un número del 1 al 10 al guardián y esté deberá multiplicar los dos primeros números susurrados, posteriormente el resultado deberá multiplicarse por el siguiente número susurrado y así hasta terminar con todos los integrantes del equipo y al final deberá decir el resultado de la operación.

Instrucciones:

- 1. Formen equipos de 9 integrantes.
- 2. Elijan a un compañero que será el guardián de los secretos.
- 3. Reúnanse el resto del equipo, para intercambiar los números que deberá multiplicar el guardián y obtener el resultado.



- 4. Formen dos filas dejando un pasillo entre ambas para que pase el guardián y susurren a su oído los números acordados.
- 5. Al final el guardián deberá decir el resultado de los números multiplicados y el equipo validará su respuesta.

Desarrollo





Guíe en equipo el análisis de la situación de aprendizaje "Inseguridad, problema nacional"

Delito es toda acción u omisión que sancionan las leyes penales. En México en total se tiene una clasificación de 40 tipos de delitos y 55 subtipos de delitos.

La siguiente tabla muestra los delitos reportados en tres entidades.

Entidad	Homicidios por accidentes de tránsito	Daño a la propiedad	Violencia de género	Falsificación	Daño al medio ambiente
Ciudad de	?	2d	?	3f	6m
México					
Estado de	3a	d	4v	2f	4m
México					
Jalisco	а	?	3v	f	?

En donde:

a = homicidios por accidentes de tránsito

d = daño a la propiedad

v = violencia de género

f = falsificación

m = daño al medio ambiente

Se sabe que en el mes de febrero se presentaron las siguientes relaciones entre los estados.



En Ciudad de México:

Los homicidios por accidentes de tránsito reportados son los mismos que los reportados como homicidios por accidentes de tránsito, más daño a la propiedad por falsificación en el Estado de México.

Los delitos de violencia de género equivalen al doble del daño al medio ambiente, reportados en el Estado de México.

En Jalisco:

Los delitos por daño a la propiedad son igual que la suma de los homicidios por accidentes de tránsito más daño a la propiedad por la suma de violencia de género más falsificación, reportados en el estado de México.

Y que los delitos por daño al medio ambiente es el triple de los de falsificación.

- 1. ¿Qué expresión algebraica ofrece el total de delitos por daño a la propiedad en Jalisco?
- 2. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de homicidios por accidente de tránsito en la ciudad de México?
- 3. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos por daño al medio ambiente en Jalisco?
- 4. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de delitos por violencia de género en la Ciudad de México?
- 5. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos?
- 6. ¿Se puede simplificar (reducir) esta expresión?
- Invite a las y los estudiantes a realizarse las siguientes preguntas que los acercan al procedimiento que deben seguir para resolver el problema.
- ¿Qué operaciones están involucradas en las preguntas?
 Multiplicación.
- ¿Qué representan las expresiones (letras) en la tabla?Literales que representan un tipo de delito.





Forme equipos de 4 a 6 integrantes para dar respuesta a las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es un término algebraico? ¿Y cuáles son los elementos que lo componen?

Término es una expresión algebraica que consta de un solo símbolo o de varios símbolos no separados entre sí por el signo + o -, está compuesto por coeficientes, literales, y exponentes.

2. ¿Qué es un monomio?

Es una expresión algebraica que consta de un solo término por ejemplo: 3a, 2xy

3. ¿Qué es un polinomio?

Es una expresión algebraica que consta de más de un solo término.

4. ¿Cómo se multiplican monomios con polinomios?

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio.



Realice la siguiente lectura guiada, explique los ejemplos y conteste las dudas que puedan surgir.



Multiplicación de expresiones algebraicas

La multiplicación de expresiones es una operación donde primero se multiplican los signos, luego los números y posteriormente las literales, de tal forma que todos los términos de la primera multiplicación los multiplicamos por los términos de la segunda multiplicación. Esto se hace tomando el primer término y se multiplica por



el primer término de la segunda expresión, luego se multiplica por el segundo y luego por el tercero, lo mismo se hace con el segundo término de la primera expresión y se multiplican por todos los términos de la segunda expresión, multiplicamos por el primero, segundo y tercer términos. Al obtener el resultado de la operación, revisamos si tenemos términos semejantes para hacer una reducción de términos (cuando se tienen términos con potencias y la misma base se suma los exponentes); por último, se ordenan los términos tomando primero los de mayor exponente luego en orden alfabético, iniciando de izquierda a derecha.

Multiplicar polinomios implica aplicar las reglas de los exponentes y de los coeficientes.

Ley de los exponentes

Para multiplicar potencias de la misma base se escribe la misma base y se le pone por exponente la suma de los exponentes de los factores.

$$a^4 * a^3 * a^2 = a^{4+3+2} = a^9$$

Ley de los coeficientes

El coeficiente del producto de dos factores es el producto de los coeficientes de los factores.

$$3a * 4b = 3 * 4 * a * b = 12ab$$

Recordando que el orden de los factores no altera el producto.

Multiplicación de un número por un monomio

- 1. Se multiplican todos los coeficientes (números), teniendo en cuenta las leyes de los signos.
- 2. Se escriben todas las literales (letras), de los factores en orden alfabético.

Ejemplo:

3(-2
$$x^2y$$
)=+ * - * 3 * 2

$$=-6x^2y$$



Multiplicación de monomios

- 1. Se multiplican todos los coeficientes, teniendo en cuenta las leyes de los signos.
- 2. Se escriben todas las literales de los factores en orden alfabético, aplicando la ley de los exponentes para cada literal.

Ejemplo:

 $(a^2b^4)^*(a^3b^5)$ = $(a^{2+3})(b^{4+5})$

 $=a^{5}b^{9}$

En esta multiplicación tenemos dos bases a y b. Para multiplicar potencias de la misma base se escribe la base y se pone por exponente la suma de los exponentes de los factores.

Indique a las y los estudiantes que analicen y resuelvan los ejercicios en forma individual.

Eiercicios:

I.
$$4a^2 * 5a^3 = 4 * 5 * a^{2+3} = 20a^5$$

II. $(2a^3b^2)(a^4)(6ab) = 2 * 1 * 6 * a^{3+4+1} * b^{2+1} = 12a^8b^3$
III. $(-3x^4)(6x)(-5x^{-2}) = -* + * -3 * 6 * 5 * x^{4+1-2} = +90x^3 = 90x^3$

Multiplicación de monomio por polinomio

Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del polinomio, teniendo en cuenta en cada caso la regla de los signos, la ley de los coeficientes y ley de exponentes.

Ejemplo:

$$(12ab)(a^2+a+2) = +*+*12ab*a^2+*+12a^2b+*+24ab = 12a^3b+12a^2b+24ab$$

Ejercicios:

I.
$$a(b+c)=a*b+a*c=ab+ac$$
II. $3x^2(5x^3-6xy)=3*5*x^{3+2}-3*6x^{2+1}y=15x^5-18x^3y$
III. $-2xy(4x^2y^3-3x^{-5}y^2)=-2*4*x^{1+2}*y^{1+3}-*-2*3*x^{1-5}y^{1+2}=-8x^3y^4+6x^{-4}y^3$



Multiplicación de polinomios

Se multiplican todos los términos del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio, teniendo en cuenta la regla de los signos, la Ley de coeficientes y la Ley de exponentes, y se reducen los términos semejantes.

Ejemplo: escribir como el de arriba

$$(a - b + c)(x - y) = + * + ax + * -ay - * + bx - * - by + * + cx + * - cy =$$

=ax - ay - bx + by + cx - cy

Ejercicios:

I.
$$(x+2)(x-3)=x*(x-3)+2*(x-3)=x*x-3*x+2*x+2*-3=x^2-3x+2x-6=x^2-x-6$$
II. $(7x-3)(4+2x)=7x*4+7x*2x-3*4-3*2x=28x+14x^2-12-6x=14x^2+28x-6x-12=14x^2+22x-12$

III. Complementa la operación siguiente:







Solicite a las y los estudiantes trabajar en pares para solucionar la situación de aprendizaje.

Delito es toda acción u omisión que sancionan las leyes penales. En México en total se tiene una clasificación de 40 tipos de delitos y 55 subtipos de delitos.

La siguiente tabla muestra los delitos reportados en las tres entidades.

Entidad	Homicidios por accidentes de tránsito	Daño a la propiedad	Violencia de género	Falsificación	Daño al medio ambiente
Ciudad de	(3a+d)2f	2d	8m	3f	6m
México					
Estado de	3a	d	4v	2f	4m
México					
Jalisco	а	(3a+d)(4v+2f)	3v	f	6f

En donde:

a = homicidios por accidentes de tránsito

d = daño a la propiedad

v = violencia de género

f = falsificación

m = daño al medio ambiente

Se sabe que en el mes de febrero se presentaron las siguientes relaciones entre los estados.

En Ciudad de México:

Los homicidios por accidentes de tránsito reportados son los mismos que los reportados como homicidios por accidentes de tránsito, más daño a la propiedad por falsificación en el Estado de México.

Los delitos de violencia de género equivalen al doble del daño al medio ambiente, reportados en el Estado de México.

En Jalisco:

Los delitos por daño a la propiedad son igual que la suma de los homicidios por accidentes de tránsito más daño a la propiedad por la suma de violencia de género más falsificación, reportados en el estado de México.



Y que los delitos por daño al medio ambiente es el triple de los de falsificación.

1. ¿Qué expresión algebraica ofrece el total de delitos por daño a la propiedad en Jalisco?

(3a+d)(4v+2f)=12av+6af+4dv+2df

2. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de homicidios por accidentes de tránsito en la Ciudad de México?

(3a+d)2f= 6af+2df

3. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos por daño al medio ambiente en Jalisco?

6f

4. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el total de delitos por violencia de género en la Ciudad de México?

8m

5. ¿Qué expresión algebraica representa el total de delitos?

3a+a+6f+2df+2d+d+12av+6af+4dv+2df+8m+4v+3v+3f+2f+f+6m+4m+6f

6. ¿Se puede simplificar (reducir) esta expresión?

Si





Indique a las y los estudiantes que:

- a. En equipos comparen sus respuestas y en caso de que tengan diferentes, determinen la respuesta correcta.
- b. Respondan las siguientes preguntas:



1. ¿Qué operaciones utilizaron para obtener el número de delitos descritos para la Ciudad de México y Jalisco?

Multiplicación de expresiones algebraicas

2. ¿Cuál es la expresión algebraica que resulta al simplificar el total de delitos?

4a+12af+4df+3d+12av+4dv+18m+7v+12f

Cierre





Solicite a un integrante de cada equipo explicar el proceso y los resultados de la situación planteada.

Al término de la exposición realice las siguientes preguntas.

- ✓ ¿Qué operaciones utilizaron para determinar el total de delitos?
 Multiplicación de polinomios, suma algebraica y reducción de términos semejantes.
- ✓ ¿Qué aprendieron?

Multiplicación de expresiones algebraicas.







- Solicite al alumno resolver los siguientes ejercicios, e indique que al terminar intercambien resultados con su compañero de al lado y comparen sus resultados.
- 1. ¿Cuál es el resultado de multiplicar $(3x^2+2)$ 5x?

R: $15x^3 + 10x$



2. ¿Cuál es el signo del producto $(-5x^2)(6x)(-75x^3)(-126x^7)$?

NEGATIVO

- 3. Teniendo en cuenta que $(a+b)^2=(a+b)(a+b)$ ¿Cuál es el resultado de $(2x+5)^2$? $4x^2+20x+25$
- 4. ¿Cuál es el producto de la multiplicación $(3x^2+2)(2x^5-1)$?

R. $6x^7 + 4x^5 - 3x^2 - 2$



Para profundizar en los contenidos, sugiera al estudiante realizar los ejercicios de la página:

https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-polynomials/alg-multiplying-polynomials-by-binomials/e/multiplying_polynomials

Fuentes de información

Álgebra – Virtual (18 de marzo de 2015.) Multiplicación de polinomios ejemplo 1 de 5. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=cotRZEAIdJg

Apoyo Educativo Virtual, IPN Coordinación General de Formación e Innovación Educativa (marzo de 2017) Algebrando Recuperado de https://www.aev.cgfie.ipn.mx/Materia_algebra/algebra.html

- Solicite el material para la siguiente sesión:
 - 1. Lápices o plumones de colores



Sesión 9

Tiempo previsto 90 minutos

Indicador de aprendizaje

Resuelve ecuaciones lineales con una incógnita para la solución de problemas o situaciones de la vida cotidiana.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
 Operaciones aritméticas. Manejo de la información. Dominio de conceptos y fórmulas. 	 Respeto por el resto de grupo. Participación activa. Interés y compromiso para las actividades. Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema. Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. Análisis de la información. Síntesis de la información.

Apertura





Indique al estudiantado trabaje de forma individual en la siguiente actividad.

Instrucciones: Colorea del mismo color los cuadros que sean iguales en resultado.

6+1	8 – 2	4 4	5×2
12 3	1	3×0	6 – 2
5+5	5 + 1	7	0

Solución:

6+1	8-2	4 4	5×2
12 3	1	3×0	6-2
5+5	5 +1	7	0



Desarrollo

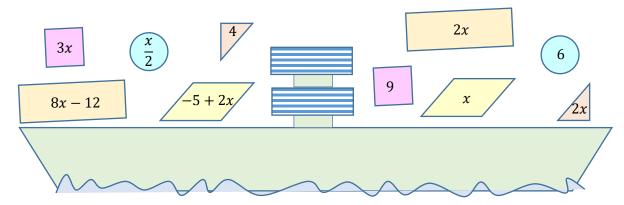




Guíe en plenaria, el análisis del siguiente problema:

México envía un barco con contenedores de diferentes formas geométricas y pesos en toneladas, la cabina de control tiene la forma del signo de igual, debido a que se tiene que mantener el mismo peso en ambos lados del barco para que no se hunda.

Observa la imagen.



- Realice a las y los estudiantes las siguientes preguntas para acercarlos al procedimiento que deben seguir al resolver el problema.
 - > ¿Qué forma geométrica tienen los contenedores?

Triángulo, cuadrado, rectángulo, círculo y romboide.

> ¿Cómo puedes determinar el peso de los contenedores?

Estableciendo relaciones entre los contenedores que tienen la misma forma y tamaño para obtener el valor de x.



Sesión 9

Tiempo previsto 90 minutos





Invite a los estudiantes a determinar el valor que falta en las siguientes ecuaciones.

$$5 + 7 = 12$$

$$4 = 12 - 8$$

$$1 + 6 = 12 - 5$$
La literal x representa el valor desconocido.
$$3 + x = 10$$

$$x = 7$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$10 + 10$$

$$2 = 15$$

$$x = 4$$

$$5x$$

$$2 = 10$$

$$x = 4$$

Solicite a dos estudiantes pasen al pizarrón para resolver las ecuaciones explicando cómo determinaron el resultado.





Indique a las y los estudiantes observen las figuras geométricas de los contenedores del barco y contesten lo siguiente:

a. ¿El valor numérico de la literal x es igual al peso del contenedor, por qué? Si porque es lo que se desconoce / No porque el peso y el valor de x son

diferentes.

Sesión 9

Tiempo previsto 90 minutos

b. Iquala las ecuaciones de los contenedores que tiene la misma forma geométrica.

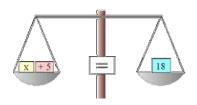
Ecuaciones lineales con una incógnita				
x 2	=	6		
3x	=	9		
4	=	2x		
8x – 12	=	2x		
-5 + 2x	=	X		



Recurra a la siguiente información para reforzar los conocimientos.

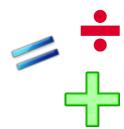
Una **ecuación de primer grado con una incógnita** es una igualdad que involucra un valor desconocido, usualmente se asignan las últimas letras del abecedario "x, y, z", una constante , y el símbolo igual "=" indica un equilibrio entre los términos del lado derecho e izquierdo, ejemplos:

$$2x = 6$$
 $3m = 6 + 2m$
 $a + 2 = 3a + 10$
 $4 - 3n = n + 4n$
 $x + 3x + \frac{x}{2} = 200$



Recomendación general para resolver ecuaciones de primer grado con una incognita:

- 1. Plantear la ecuación.
- 2. Hacer la transposición de términos aplicando inverso aditivo o multiplicativo, para ubicar los términos con la incógnita de un mismo lado.



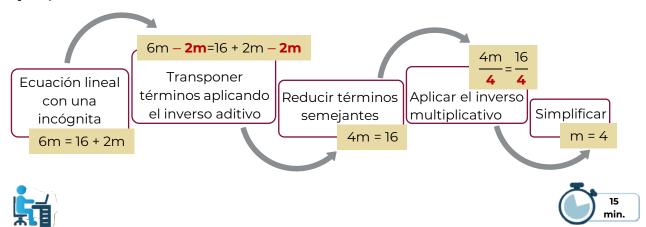
- 3. Reducir los términos semejantes, cuando sea posible.
- 4. Simplificar.



Sesión 9 Tiempo previsto

90 minutos

Ejemplo:



Solicite al estudiantado trabajar de manera individual para completar la siguiente tabla con la información ya identificada del barco y sus contenedores.

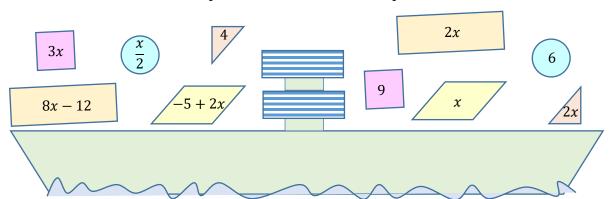


Figura	Ecuación	Procedimiento para determinar el valor de X	Peso del contenedor
Triángulo	4 = 2x	$\frac{4}{2} = \frac{2x}{2}$ $2 = x$ $\therefore x = 2$	4 toneladas
Cuadrado	3x = 9	$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3}$ $\therefore x = 3$	9 toneladas
Círculo	$\frac{x}{2} = 6$	$2\left(\frac{x}{2}\right) = 2(6)$ $\therefore x = 12$	6 toneladas







Indique a las y los estudiantes trabajar en pares para completar la tabla.

Figura	Ecuación	Procedimiento para determinar el valor de x	Peso del contenedor
Rectángulo	8x - 12 = 2x	$8x - 12 + 12 = 2x + 12$ $8x = 2x + 12$ $8x - 2x = 2x + 12 - 2x$ $6x = 12$ $\frac{6x}{6} = \frac{12}{6}$ $\therefore x = 2$	4 toneladas
Romboide	−5 + 2x = x	-5 + 2x = x $-5 + 2x + 5 = x + 5$ $2x = x + 5$ $2x - x = x + 5 - x$ ∴ x = 5	5 toneladas

Cierre





- Realice a las y los estudiantes las siguientes preguntas.
- ¿Cómo obtuvieron el peso de los contenedores?
 Al determinar el valor de la variable x y sustituirlo en la ecuación lineal.
- 2. ¿El valor numérico de la literal "x" es igual al peso del contenedor, por qué? No, porque la variable x es un elemento de la ecuación lineal.
- 3. ¿Cuánto pesan todos los contenedores?28 toneladas.



Sesión 9

Tiempo previsto 90 minutos





Indique a las y los estudiantes realicen de manera individual el siguiente ejercicio.

Víctor fue al mercado para comprar manzanas, naranjas y plátanos; las naranjas costaron el doble de lo que pago por las manzanas y los plátanos costaron 8 pesos menos que las manzanas, en total gastó 100 pesos. Determina el precio de las manzanas, naranjas y plátanos.

Solución:

La ecuación lineal que se obtiene del planteamiento es x + 2x + x - 8 = 100

$$x + 2x + x - 8 = 100$$
 $4x = 108$
 $4x - 8 = 100$
 $4x = 108$
 $4x = 108$
 $4x = 108$
 $4x = 108$
 $4x = 27$

Manzanas

x = 27 pesos

Naranjas

2x = 2(27) = 54 pesos

Plátanos

x - 8 = 27 - 8 = 19 pesos



Invite al estudiante a visitar la siguiente liga para aprender más del contenido de ecuaciones lineales con una incógnita.

https://es.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-solving-equations

Fuentes de información

Bohorquez, M. (1981). En el amable mundo de la matemática. México. Patria.

Solicite el material para la siguiente sesión:

1. Pelota Anti-estrés



Indicador

Utiliza métodos de solución para resolver ecuaciones cuadráticas.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
 Operaciones aritméticas. 	 Respeto por el resto de grupo. 	 Comprensión inicial del planteamiento del
 Manejo de la información. 	Participación activa.Interés	problema.Reflexión del problema
 Síntesis de la información. 	compromiso para las actividades.	y de los recursos necesarios para la
 Dominio de 	 Trabajo colaborativo. 	solución.
conceptos y fórmulas.	 Tolerancia ante la diferencia de 	 Análisis de la información.
 Cálculo mental. 	opiniones.	

Apertura





En plenaria indique a las y los estudiantes realicen la siguiente actividad.

Pasa la bola

Instrucciones

- 1. Solicite a las y los estudiantes se coloquen en círculo.
- 2. El docente tiene la pelota e inicia diciendo su nombre.
- 3. Pasa la pelota al estudiante que tiene a la derecha y éste dice su nombre.
- 4. Así todos hasta completar el círculo.
- 5. La pelota llega al docente, quien la lanza a un estudiante diciendo su nombre y señala que el lanzamiento describe una curva.

La dinámica debe ser rápida para que sea divertida, y que todos los alumnos reciban la pelota varias veces.

Al terminar la actividad indique a las y los estudiantes que pasen a sus lugares.



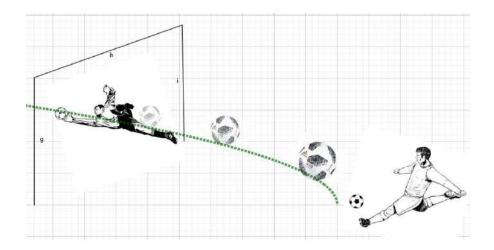
Desarrollo





Cuíe en plenaria, el análisis del siguiente problema, solo plantee las preguntas sin dar solución por el momento:

Un famoso jugador realiza un tiro al marco del portero, el balón se dirige al ángulo superior. Si la trayectoria está definida por la siguiente expresión: h=t²-t donde "h" es la altura que alcanza el balón sobre el nivel del suelo y "t" es el tiempo que tarda en llegar a dicha altura.



- 1. ¿De cuánto tiempo dispone el portero para reaccionar y detener el balón? (desde que el balón inicia su movimiento, hasta llegar a la portería).
- 2. Sí el portero solamente logra llegar a una altura de 2 m, ¿de cuánto tiempo dispone para llegar a dicha altura?
- 3. Sí la altura del ángulo superior es de 2.44 m, ¿cuánto tiempo se requiere para llegar hasta ese punto?



Realice las siguientes preguntas para motivar y guiar al estudiantado en la solución de la situación de aprendizaje.

a. ¿Pueden responder a la pregunta uno, con la información que se proporciona en el enunciado? ¿Por qué?

No. Falta el dato de la altura.

b. Con los datos de las preguntas dos y tres, ¿puedes dar una solución? ¿Qué se requiere para hacerlo?

Si. Resolver una ecuación de segundo grado.

Con base en sus respuestas, identifique los conocimientos que deben reforzarse para el desarrollo de la sesión.





Invite a las y los estudiantes a formar equipos de 4 a 6 integrantes para dar respuesta a las siguientes preguntas:

¿Cómo puedes resolver el problema?

Sustituir el dato de la altura deseada y resolver ecuación de segundo grado para determinar el tiempo.

¿Qué fórmula o procedimiento facilita la resolución del problema?
 Fórmula general para ecuaciones de segundo grado.

Recurra a la siguiente información si considera necesario reforzar los conocimientos.



Ecuaciones cuadráticas o de segundo grado

La forma general de una ecuación de segundo grado es:



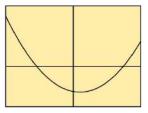
$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$a \neq 0$$

Por comodidad, resolveremos la ecuación de tres formas distintas según los valores de los coeficientes b y c.

Se llama **discriminante**, Δ , a

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

El signo de Δ nos permite conocer el tipo de soluciones de la ecuación:



Ecuación cuadrática

 $ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Si Δ >0, hay dos soluciones reales distintas.
- Si Δ =0, hay dos soluciones reales iguales.
- Si \triangle <0, no hay soluciones reales (hay dos soluciones complejas distintas).

MÉTOI	DOS DE SOLUCIÓN DE	ECUACIONES CUADR	ÁTICAS	
Formas de la	Completas	Incompletas		
ecuación\métodos	$ax^2 + bx + c = 0$	$ax^{2} + bx = 0$	$ax^2 + c = 0$	
de solución	a≠0	c=0	b=0	
Fórmula general	Sus soluciones las	Las soluciones son	Las soluciones son	
	proporciona la fórmula	x ₁ =0	$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$	
	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$	x ₂ =- b a	V d	
Factorización	Se factoriza el trinomio	Se factoriza por término común	Se despeja x, se obtiene:	
	(x+d)(x+e)	x(ax+b)=0	ax ² =0-c	
	Se igualan a cero y se	Se obtienen las raíces	$x^2=-c/a$ $x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$	
	obtienen sus raíces:	despejando x una a		
	(x+d)(x+e)=0	la vez.		
	x ₁ =-d	x ₁ = 0		
	x ₂ =-e	x ₂ =-b/a		



Sesión 10 Tiempo previsto

90 minutos

Recuerda que... Si b=c=0, la ecuación es de la forma:

$$ax^{2} = 0$$

La solución es única.

$$x = 0$$

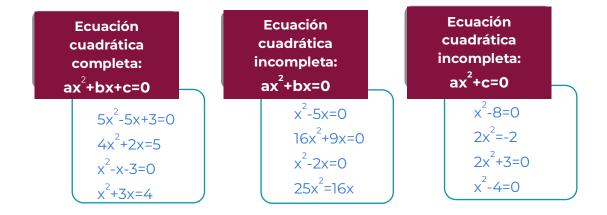




Solicite a las y los estudiantes que en forma individual realicen lo que se indica.

a. De las ecuaciones cuadráticas que se muestran, coloca en cada espacio la que corresponda, de acuerdo a su forma.

$5x^2-5x+3=0$	2x ² +3=0	$x^2-4=0$	$4x^2+2x=5$	
2x ² =-2	25x ² =16x	$x^2-2x=0$	$x^2-8=0$	
$x^2-x-3=0$	$x^2-5x=0$	$16x^2+9x=0$	$x^2+3x=4$	



b. En la siguiente tabla coloca los coeficientes de cada ecuación y sustituye los valores en los procedimientos para dar solución a una ecuación cuadrática, según corresponda.



Es importante colocar el signo del coeficiente.



	Coeficientes		ficientes Ecuación completa		Ecuación ir	ncompleta
Ecuación	а	b	С	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$	$x_1=0$ $x_2=-\frac{b}{a}$	$X_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$
x²-7x+6=0	1	-7	6	Opción 1 fórmula general: $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(1)(6)}}{2(2)}$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4}$ $x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}$ $x_1 = \frac{7 + 5}{2} = 6$ $x_2 = \frac{7 - 5}{2} = 1$ Opción 2 factorizando: $x^2 - 7x + 6 = 0$ $(x - 6)(x - 1) = 0$ $x_1 = 6$ $x_2 = 1$		
2x²-3=0	2	0	-3			$x = \pm \sqrt{-\frac{3}{2}}$ $x_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}$ $x_2 = -\sqrt{\frac{3}{2}}$
x²-2x=0	1	-2	0		$x_1=0$ $x_2=-\frac{-2}{1}$ $x_2=2$	



c. Retomando el problema del inicio, ¿la expresión h=t²-2t, hace alusión a una ecuación cuadrática?

Si

¿Por qué?

Es una igualdad con términos en segundo grado o cuadráticos.

d. Si se sustituye la literal h por un valor, h=0, ¿Qué forma tiene ahora esa expresión?

$$0 = t^2 - t$$
 o bien $t^2 - t = 0$

e. Expresa dos ecuaciones cuadráticas sustituyendo:

f. Resuelve cada una de las ecuaciones anteriores utilizando el método que se indica en el siguiente recuadro.

Ecuación	Método de solución		
	Fórmula general		
t ² -t=2.44	t ² -t-2.44=0		
	$t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-2.44)}}{2(1)}$		
	t=		
	$t = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 9.76}}{2}$		
	$t = \frac{1 \pm \sqrt{10.76}}{2}$		
	$t_1 = \frac{1+3.28}{2} = 2.14$		
	$t_2 = \frac{1-3.28}{2} = -1.14$		
	Factorización		
t²-t=2	t ² -t-2=0		
	(t-2)(t+1)=0		



t ₁ =2
t ₂ =-1





- Indique que en equipos de 5 o 6 integrantes comparen sus respuestas y comenten sus resultados.
 - Solicite a los equipos discutir las siguientes interrogantes.
 - 1. ¿Cuántos resultados obtienes al resolver una ecuación cuadrática?

Dos

2. De los posibles resultados que se obtienen en una ecuación cuadrática en particular del caso del tiro, ¿qué resultado elegiste y por qué?

Las raíces solución son los valores con los que se cumple la igualdad, por lo tanto,

los dos valores obtenidos cumplen, pero se debe de tomar el valor que sea razonable al planteamiento, en este caso se toma el valor positivo ya que estamos hablando de tiempo.

Cierre





- En plenaria solicite a las y los estudiantes dar solución a los planteamientos del problema y respondan las preguntas:
- 1. ¿De cuánto tiempo dispone el portero para reaccionar y detener el balón? (desde que el balón inicia su movimiento, hasta llegar a la portería).

Depende de la altura que se pretenda alcanzar.



2. Sí el portero solamente logra llegar a una altura de 2 m, ¿de cuánto tiempo dispone para llegar a dicha altura?

2 segundos.

3. Sí la altura del ángulo superior es de 2.44 m, ¿cuánto tiempo se requiere para llegar hasta ese punto?

2.14 segundos.

4. ¿Qué procedimiento utilizaste para resolver la ecuación?

Fórmula general y factorización.

5. ¿Con base a qué lo elegiste?

Depende de la forma de la ecuación cuadrática, completa incompleta.







- Indique a las y los estudiantes que de manera individual realicen los siguientes ejercicios.
- a) Escriba los coeficientes de las ecuaciones y resuelva cada una.

	Coeficientes		tes	Ecuación completa	Ecuación incompleta	
Ecuación	а	b	С	$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$	x=0 x=- b a	$X=\pm\sqrt{-\frac{C}{a}}$
5x ² -5x-3=0	5	-5	-3	$x_1=1.421$ $x_2=-0.421$		



Tiempo previsto 90 minutos

Ecuación	Coe	eficier	ites	Ecuación completa	Ecuación ir	ncompleta
2x²-3=0	2	0	3			$x=\pm \sqrt{-\frac{-3}{2}}$ $x_1=1.22$
x ² -4=0	1	0	-4			$x_2=-1.22$ $x=\pm \left[-\frac{-4}{1} \right]$
						$x_1=2$ $x_2=-2$
2x²=2	2	0	-2			$x=\pm\sqrt{-\frac{-2}{2}}$
						x ₁ =1 x ₂ =-1
25x²=16x	25	-16	0		x ₁ =0 x ₂ =16/25	
x²-2x=0	1	-2	0		x ₁ =0 x ₂ =2	
x ² -8=0	1	0	-8			$x=\pm\sqrt{-\frac{-8}{1}}$ $x_1=2.83$
						x ₂ =-2.83
x ² -5x=0	1	-5	0		x ₁ =0 x ₂ =5	
16x²+9x=0	16	9	0		x ₁ =0 x ₂ =-9/16	
x ² +3x=4	1	3	-4	x ₁ =7 x ₂ =-4		



b) En t segundos, la altura h, en metros sobre el nivel del suelo, de un proyectil está dada por la ecuación h= 80t -5t², ¿Cuánto tardará el proyectil en llegar a una altura de 320m sobre el nivel del suelo?

Datos:	Sustitución de datos	Solución por fórmula general:	Resultado
h= 80t -5t ²	80t -5t ² =320	-(80)± (80) ² -4(-5)(-320)	X ₁ =8
h = 320 m	-5t ² +80t-320=0	$x = \frac{-(80) \pm \sqrt{(80)^2 - 4(-5)(-320)}}{2(-5)}$	X ₂ =8
t= ¿?		$x = \frac{-80 \pm \sqrt{0}}{-10}$ $x_2 = \frac{-80 + 0}{-10} = 8$	
		$x_1 = \frac{-80 - 0}{-10} = 8$	



Invite al estudiante a visitar la liga para practicar y entender mejor el tema.

https://www.matesfacil.com/resueltos-ecuaciones-segundo-grado.htm

Fuentes de información

Problemas y ecuaciones (2020) Ecuaciones de segundo grado. Recuperado de https://www.problemasyecuaciones.com/Ecuaciones/segundo-grado/problemas-ecuaciones-segundo-grado-resueltas-solucion-formula-raices-factorizar.html

Wikipedia (06 de junio de 2020) Ecuación de segundo grado. Recuperado de: https://es.wikipedia.org/wiki/Ecuación_de_segundo_grado

Elesapiens' Blog. (09 de septiembre de 2016). 8 actividades para empezar el curso con buen pie. Recuperado de: https://www.elesapiens.com/blog/8-actividades-para-empezar-el-curso-con-buen-pie/



Sesión 11
Tiempo previsto

Indicador					
Comprueba la congruenc	Comprueba la congruencia o semejanza de diversos polígonos.				
Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo			
 Síntesis de la información. Manejo de la información. 	 Respeto por el resto de grupo. Participación activa. Interés y compromiso para las actividades. Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema. Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. Análisis de la información. 			

Apertura

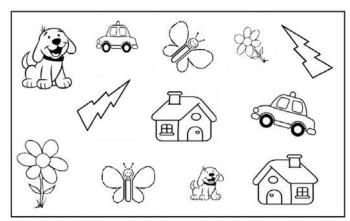




Indique al estudiantado que siga las instrucciones de la siguiente actividad y trabaje de forma individual.

Instrucciones:

Une cada figura con su par mediante una línea, la condición es que ninguna de ellas pase sobre otra; sin que toque los dibujos.







Guíe en plenaria el siguiente cuestionamiento.

a. ¿Qué criterio utilizaste para unir cada figura con su par?

Forma, tamaño y posición.

Desarrollo

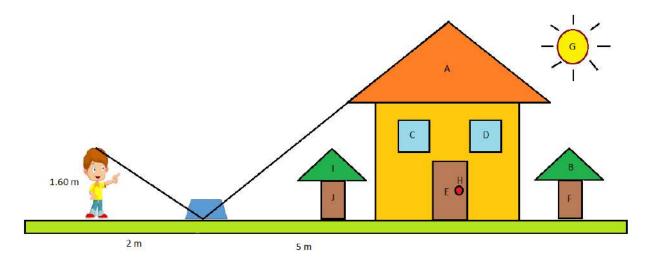




Guíe en plenaria, el análisis de la siguiente situación:

La maestra le pide a Marcos que mida la altura de su casa, para ello, decide colocar un espejo en el suelo a 5 m de distancia de la casa y se aleja caminando hacia atrás hasta que en el espejo puede ver la parte más alta de su casa. Marcos mide 1.60 m de estatura y la distancia que hay de donde se encuentra él al espejo es de 2 m.

Observa la casa de Marcos.



- a. ¿Cómo puede conocer Marcos la altura de la casa?
- b. ¿Cuál será la altura de la casa?



Realice las siguientes preguntas para motivar y guiar al estudiantado en la solución de la situación de aprendizaje.

- > ¿Qué figuras geométricas observas en el dibujo?
- > De las figuras que identificas, ¿cuáles son iguales?
- ¿Qué criterios utilizaste para decir que las figuras son iguales?





Invite a los educandos a formar equipos colaborativos de cuatro integrantes y a dar respuesta a la siguiente pregunta:

• ¿Cómo puedes resolver el problema?

Recurra a la siguiente información si considera necesario reforzar los conocimientos.



Dos figuras son **congruentes**, si tienen la

misma forma, el mismo

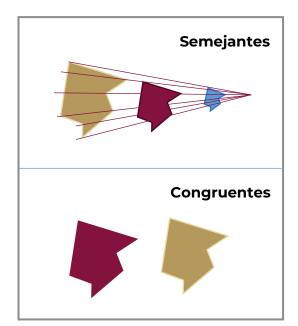
tamaño y al poner

una sobre la otra, todos sus
puntos coinciden.

Dos figuras son **semejantes**,

si tienen la misma forma, pero diferente tamaño, es decir, sus lados correspondientes son proporcionales de acuerdo a una constante.







Al conjunto mínimo de datos que permiten conocer si dos figuras son congruentes o semejantes, se les llama criterios.

CRITERIOS DE

LAL (Lado, Ángulo, Lado)

Dos triángulos son congruentes si dos lados de uno tienen la misma longitud que dos lados del otro triángulo, y los ángulos comprendidos entre esos lados tienen también la misma medida.





ALA (Ángulo, Lado, Ángulo)

Dos triángulos son congruentes si dos ángulos interiores y el lado comprendido entre ellos tienen la misma medida y longitud, respectivamente. (El lado comprendido entre dos ángulos es el lado común a ellos).

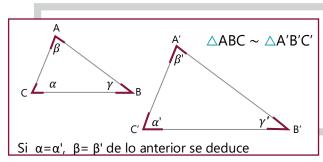
LLL (Lado, Lado, Lado)

Dos triángulos son congruentes si cada lado de un triángulo tiene la misma longitud que los correspondientes del otro triángulo.





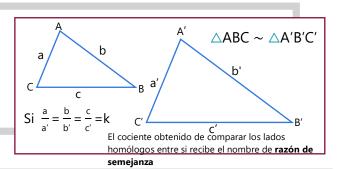
CRITERIOS DE SEMEJANZA

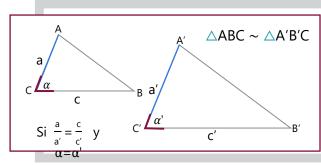


AA (Ángulo, Ángulo)Si dos de sus ángulos son iguales.

LLL (Lado, Lado, Lado)

Si sus tres lados son proporcionales.





LAL (Lado, Ángulo, Lado)

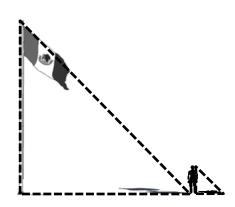
Si dos de sus lados son proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es congruente.

Ejemplo:

Una persona parada en el Zócalo observa la bandera a las 10 de la mañana y tiene la curiosidad de saber cuánto mide de altura el asta bandera. Los datos con los que cuenta son: La distancia de la sombra del asta bandera, su propia altura y la longitud de su sombra.







¿Cuál es la razón de semejanza?

$$r = \frac{20 \text{ m}}{0.8 \text{ m}} = 25$$

x=46.25 m

¿Cuál es la medida del lado "x", es decir la altura de la bandera?

x=1.85 m ×25 ∴





Pida a las y los estudiantes resuelvan de forma individual los siguientes ejercicios.

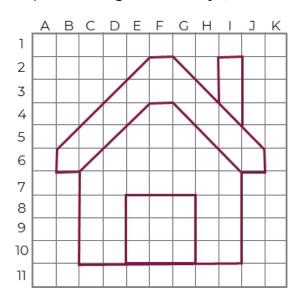
1. Identifica si las figuras geométricas que forman la casa de Marcos son congruentes (es decir, tienen la misma forma y el mismo tamaño) y cuales son semejantes (misma forma, pero diferente tamaño).

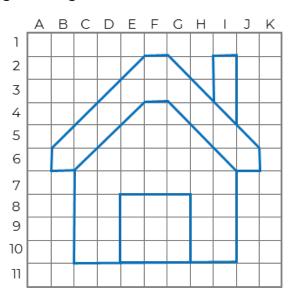
Si las figuras son congruentes, escribe el símbolo \cong , y si son semejantes, escribe el símbolo \sim .

A ~ B	C ≅ D
B ≅ I	H ~ G
E ~ F	F ≅ J

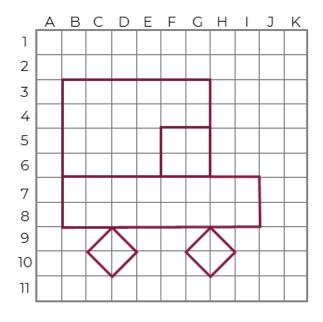


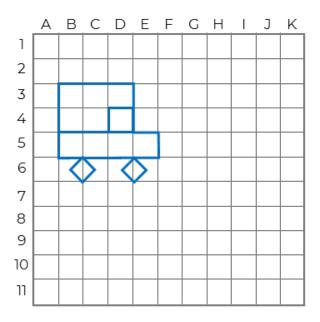
2. A partir del siguiente dibujo, traza una figura congruente.





3. A partir del siguiente dibujo, traza una figura semejante.











Indique que en pares comparen sus respuestas y comenten sus resultados al resto del grupo.



Pida a los alumnos que en forma individual resuelvan la situación de aprendizaje.

a. ¿Cómo puede conocer Marcos la altura de la casa?

Puede conocer la altura de la casa porque los triángulos que se forman son semejantes.

b. ¿Cuál será la altura de la casa?

Los triángulos que se forman son semejantes, por lo tanto:

distancia de la casa al espejo distancia de Marcos al espejo altura de Marcos

Sustituyendo los datos, tenemos que:

$$\frac{5}{2} = \frac{h}{1.60}$$

$$h = \frac{(1.60)(5)}{2} = \frac{8}{2}$$

La altura de la casa mide 4 m



Solicite a los equipos discutir las siguientes interrogantes, contestando falso o verdadero según sea el caso.



Tiempo previsto 90 minutos

- 1. ¿La pelota de ping-pong es semejante a la de fútbol?
- 2. ¿Una pirámide egipcia es semejante a una pirámide triangular?
- 3. ¿La rueda de una bicicleta es semejante a la rueda de un triciclo?
- 4. ¿Un cono de tráfico es semejante al cono de un helado?

Verdadero

Falso

Verdadero

Verdadero

Cierre





- Solicite a un integrante de cada equipo mostrar y explicar el proceso y sus resultados de la situación planteada.
- * Puede basarse en las siguientes preguntas.
 - ¿Qué aprendiste?
 - ¿Para qué te sirve lo que aprendiste?
 - ¿Dónde puedes aplicar lo que aprendiste?



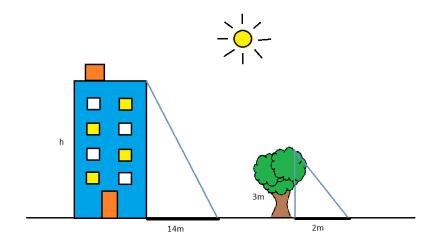




- PRealicen de manera individual los siguientes ejercicios.
- 1. En un mismo momento del día, se miden las sombras de un edificio y de un árbol las cuales son de 14 m y 2 m respectivamente. ¿Cuál será la altura del edificio, sabiendo que la altura del árbol es de 3 m?



Sesión 11Tiempo previsto



Los triángulos que se forman son semejantes, por lo tanto:

 $\frac{\text{sombra edificio}}{\text{sombra árbol}} = \frac{\text{altura edificio}}{\text{altura árbol}}$

Sustituyendo los datos, tenemos que:

$$\frac{14}{2} = \frac{h}{3}$$

$$h = \frac{(14)(3)}{2} = \frac{42}{2}$$

h = 21 m mide la altura del edificio

2. Determina si las siguientes medidas de cada pareja de triángulos son congruentes, semejantes o ninguna de las anteriores.

a) T₁:3 cm, 4 cm y 5 cm; T₂:9 cm, 12 cm y 15 cm

Semejantes

b) T₁:5 cm, 5 cm y 5 cm; T₂:6 cm, 6 cm y 5 cm

No son semejantes ni congruentes

c) T₁:14 cm, 10 cm y 6 cm; T₂:7 cm, 5 cm y 3 cm

Semejantes

d) T₁:10 cm, 40 cm y 8 cm; T₂:10 cm, 40 cm y 8 cm

Congruentes



Fuentes de información

Ceferino A. Criterios de congruencia. Recuperado de: https://www.geogebra.org/m/XhB3tt5q

Pruébat. Polígonos congruentes. Recuperado de:

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/87bd0bd4f8c62bb3e30ec0684346cc67/141196/5-109

Pruébat. Polígonos semejantes. Recuperado de:

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/6bdff2af0fde3250f1972cdc1725cdff/141194/5-106

Pruébat. <u>Criterios</u> de congruencia. Recuperado de:

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/87bd0bd4f8c62bb3e30ec0684346cc67/141196/5-109

Pruébat. Criterios de semejanza. Recuperado de:

https://pruebat.org/SaberMas/MiClase/inicia/9610/2e25c241772e937530db4fc2f4922f21/141198/5-112

Gaildiel. (2014, marzo 28). Figuras congruentes. Recuperado de:

http://voutu.be/SBd-FcjJvHQ.

Ingeniat. Figuras congruentes y semejantes. Recuperado de:

http://youtu.be/ndavAOOTFfw



Tiempo previsto 90 minutos

Indicador

Calcula el perímetro y área de distintas figuras geométricas en diversos contextos.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
Operaciones aritméticas.Manejo de la	 Conoce sus debilidades y fortaleza. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema.
información. Cálculo mental. Uso de fórmulas.	 Toma decisiones razonadas y responsables. Convive de manera 	 Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución.
	armónica.	 Análisis de la información. Síntesis de la información.

Apertura





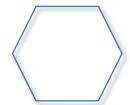
Indique a las y los estudiantes estudiante que siga las instrucciones de la siguiente actividad y trabajen de forma individual.

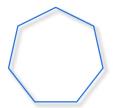
Instrucciones:

1. Observa las siguientes figuras regulares.











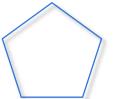
Tiempo previsto 90 minutos

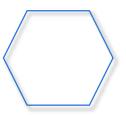
2. ¿Cómo se llaman cada una de ellas?, escribe su nombre.

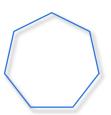
Cuadrado Pentágono Hexágono Heptágono

3. Traza triángulos en cada figura, partiendo del centro. Con tu regla mide los lados y las alturas y calcula el área total de cada polígono, escribe el resultado en la línea.









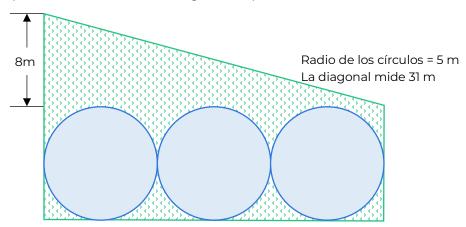
4. Compara con tus compañeros. ¿Resultaron iguales o similares los valores?

Desarrollo





Guíe en plenaria, el análisis del siguiente problema:



El dueño de un deportivo quiere renovar los espacios y hacerlos más atractivos para su comunidad. Una de las áreas tendrá la forma de la figura anterior, donde los círculos serán las albercas y el polígono áreas verdes.



Tiempo previsto 90 minutos

- a. ¿Cuántos metros de malla se requiere para cercar esta área de esparcimiento?
- b. ¿Cuántos metros cuadrados de azulejo se requieren para forrar el fondo de las albercas?
- c. Finalmente, ¿cuál es el área donde se pondrá pasto?
- Motive a las y los estudiantes a realizarse preguntas que lo acerquen al procedimiento que debe seguir para resolver el problema. Considere las siguientes preguntas:
- ✓ ¿El deportivo tiene una forma geométrica regular?

No

✓ ¿Qué figuras geométricas observas en el deportivo?

Triángulo, rectángulo, círculos, cuadrados.

√ ¿Con qué conocimientos cuento para la resolución del problema?

Fórmulas para calcular áreas y perímetros de figuras geométricas.





- Invite a las y los estudiantes a formar equipos colaborativos de 4 o 5 integrantes y a dar respuesta a las siguientes preguntas:
- > ¿Cómo se pueden calcular los perímetros de figuras geométricas irregulares?

Descomponiendo las figuras en otras más pequeñas y conocidas, como triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos, etc.

¿Qué procedimiento facilita la resolución del problema?

Calcular todas las áreas por separado.

Sesión 12Tiempo previsto

90 minutos

> ¿Identificas bien la diferencia entre calcular un perímetro y un área?

El perímetro es la suma del contorno de una figura, y el área es la superficie que está dentro de este contorno.

Recurra a la siguiente información si considera necesario reforzar los conocimientos.



Perímetro de una figura plana, se denomina a la suma de las longitudes de sus lados, y en el caso del círculo es la longitud de la circunferencia que lo delimita.

En cuanto al **área** de una figura plana, podemos decir que es la medida de la superficie que la forma.

Existen diferentes tipos de áreas o superficies: Son regulares donde todos sus lados tienen la misma medida y son irregulares donde pueden variar una o mas medidas de las figuras.

Cuando las figuras planas están compuestas a partir de tres lados rectos cerrados se les denominan **polígonos**.

Solicite a los equipos que completen la siguiente tabla y que coloreen las figuras que se encuentren presentes en el problema de las albercas.

Figura	Fórmula perimetro	Fórmula área	Nombre
ab	P=a+b+c	$A = \frac{b \times h}{2}$	Triángulo
a a	P= 4a	A=axa	Cuadrado
b a	P=2a + 2b	A= ab	Rectángulo



Tiempo previsto 90 minutos

Figura	Fórmula perimetro	Fórmula área	Nombre
b h a	P= 2a +2b	A=ah	Paralelogramo
a h c	P=a+b+c+B	$A = \frac{(b+B)h}{2}$	Trapecio
L L L	P= 5L	A= <mark>pa</mark>	Pentágono
L L L L L L L L	P= 6L	A= <mark>pa</mark>	Hexágono
r	P=πD	A= πr²	Círculo

Recuerda que... El área del pentágono, hexágono o demás polígonos regulares está dada por A= Pa/2 donde P es el perímetro, "a" el apotema, el cual es la perpendicular trazada desde el centro de la figura a cualquiera de sus lados.





Solicite a las y los estudiante (sin desintegrar los equipos) trabajar de manera individual, la tabla con la información solicitada en el problema del deportivo y dar solución a los planteamientos del problema.

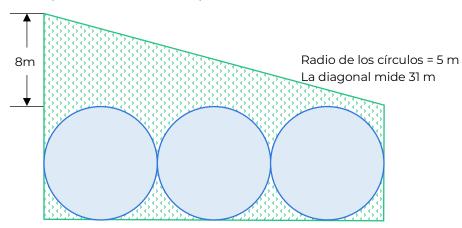


Figura identificada	Medidas características de la figura	Perímetro	Área	
Rectángulo	Base= 30 m	P=30+30+10+10=80 m	A=b(h) = 30(10)=300 m ²	
rectarigato	Altura=10 m	1 30 30 10 10 00 111	A 5(11) 55(10)=500 111	
Triángulo	Base=30 m	P=30+8+31=69 m $A = \frac{bh}{m} = \frac{30(8)}{120}$	$A = \frac{bh}{2} = \frac{30(8)}{2} = 120 \text{ m}^2$	
mangalo	Altura=8 m	F = 30 · 0 · 31 = 03 · 111	2 2 -120111	
Círculo	Radio=5 m	P=πD=π(10)= 31.4 m	A= πr²=π(5)²= 78.53 m²	
Circuio	Diámetro=10 m	1 110 11(10) - 31.4111	A- III -11(3) - 70.55111	

a. ¿Cuántos metros de malla se requiere para cercar esta área de esparcimiento?



Tiempo previsto 90 minutos

b. ¿Cuántos metros cuadrados de azulejo se requieren para forrar el fondo de las albercas?

Procedimiento:
$$\pi$$
 (r^2) = π (5)² = π (25) = 78.53, pero son tres albercas, entonces
Área total albercas = 78.53 (3) = 235.59 m²

c. Finalmente, ¿cuál es el área donde se pondrá pasto?

Área pasto = área triángulo + área del rectángulo – área de las tres albercas

Área pasto =120 m²+ 300 m² - 235.59 m² = 184.39 m²





Indique que en equipos:

- a. Comparen sus respuestas, y si son difeerntes obtengan una sola respuesta para los ejercicios realizados.
- b. Discutan las siguientes interrogantes.
- 1. ¿Un perímetro se obtiene de sumar todos los perímetros de sus figuras geométricas? ¿Por qué?

No necesariamente, si sumamos todos los perímetros de las figuras que la componen estaríamos obteniendo más que sólo medir el contorno de la figura grande. Así que, se debe observar bien y aplicar criterio.

2. ¿El área total de una figura se obtiene al sumar todas sus áreas individuales de las figuras geométricas que la componen? Justifica tu respuesta.

En este caso sí, al sumar las áreas de forma individual sí se obtiene el área total de la figura mayor.



Cierre





- Solicite a dos o tres equipos compartir los resultados de la situación planteada. Posteriormente realice las siguientes preguntas al grupo en general.
- > ¿Qué recordaste con este ejercicio?
- > ¿Qué aprendiste de nuevo?
- > ¿Para qué te sirve lo que aprendiste?
- ¿Dónde más puedes aplicar lo que aprendiste?







- Indique que de manera individual resuelvan los siguientes ejercicios.
- 1. Imagina un cuadrado de 8 cm por lado.
- a. ¿Cómo se debe dividir el cuadrado para obtener cuatro triángulos iguales?

Se obtiene con dos diagonales, uniendo los vértices opuestos.

b. Al obtener el área del cuadrado y dividirlo entre cuatro, ¿a qué área equivale?

Al área de un triángulo solamente.

c. Puedes asignar medidas a los triángulos y con éstas, calcular el área por la fórmula del triángulo, ¿qué valor da esta área? ¿Por qué?

La misma que en el inciso b. Porque es la cuarta parte del cuadrado.

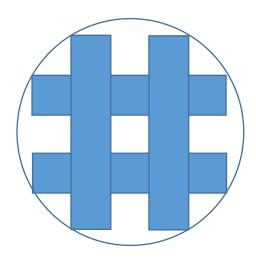


Tiempo previsto 90 minutos

d. Ahora calcula el perímetro del cuadrado original y los perímetros de los triángulos, ¿son iguales? ¿Por qué?

No son iguales, ya que al obtener el perímetro del cuadrado se suman cuatro lados de un triángulo, y el perímetro de los cuatro triángulos es la suma de 12 lados.

2. Calcula el área blanca de la siguiente figura. Ten en cuenta que la medida de los rectángulos es de cinco centímetros de largo por un centímetro de ancho. El radio del círculo es de tres centímetros.



Procedimiento: Área círculo= π r² = π (3)² = 28.27 cm²

Área de las formas sombreadas: $5(1) + 5(1) + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 16 \text{ cm}^2$

Área blanca= $28.27 \text{ cm}^2 - 16 \text{ cm}^2 = 12.27 \text{ cm}^2$

Subsecretaría de Educación Media Superior

Coordinación Sectorial de Desarrollo Académico



Sesión 12

Tiempo previsto 90 minutos



Invite al estudiantado a visitar la siguiente liga, sobre áreas y perímetros de figuras geométricas. Ahí podrá practicar y aprender más.

https://es.khanacademy.org/search?page_search_query=perimetros%20y%20areas%20de%20figuras%20geometricas



Tiempo previsto 90 minutos

Indicador

Aplica el Teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Componentes cognitivos	Componentes actitudinales	Proceso cognitivo
 Operaciones aritméticas. Dominio de conceptos y fórmulas. Cálculo mental. 	 Respeto por el resto de grupo. Participación activa. Interés y compromiso para las actividades. Trabajo colaborativo. Tolerancia ante la diferencia de opiniones. 	 Comprensión inicial del planteamiento del problema. Reflexión del problema y de los recursos necesarios para la solución. Análisis de la información.

Apertura

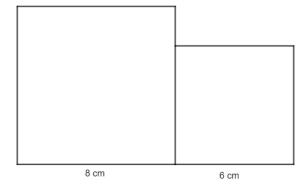




Indique al estudiantado que siga las instrucciones de la siguiente actividad y trabaje de forma individual.

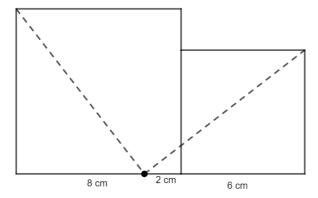
Instrucciones:

1. En una hoja de color, traza dos cuadrados contiguos, uno de 8 cm y otro de 6 cm de lado como se muestra en la siguiente figura.





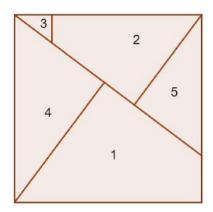
2. A continuación, marca un punto en la base del cuadrado más grande a dos centímetros de la unión de las dos figuras y une con las esquinas opuestas de la siguiente forma.

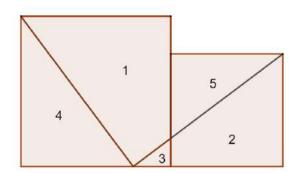


- 3. Con mucho cuidado recorta los cuadrados por los bordes y sobre la línea punteada, de tal manera que ahora tendrás cinco figuras distintas.
- 4. Utilizando las figuras intenta construir un cuadrado.

¿Cuánto mide por lado este cuadrado?

Si alguien no lo logra facilmente, puede apoyarse de sus compañeros.







Desarrollo





Guíe en plenaria, el análisis del siguiente problema:

Para realizar unos estudios de campo, un equipo de ingenieros está utilizando un drone para hacer tomas aéreas del terreno donde se va a trabajar.

En una zona abierta la distancia máxima que se puede separar el drone del controlador son 370 metros, como lo muestra la siguiente figura.



El operador del drone quiere capturar imágenes a 120 metros de altura, ¿cuál es la longitud máxima sobre el terreno que puede separar el drone de donde se encuentra el operador?

En caso de hacer tomas al doble de distancia que el caso anterior. ¿Cuál es la altura máxima que el drone podría alcanzar?

- Motive a las y los estudiantes con preguntas que lo acerquen al procedimiento que debe seguir para resolver el problema.
 - ¿Cómo es la relación de altura de vuelo con la lejanía que el drone puede estar del controlador?
 - ¿Qué figura geométrica es la mejor para representar la relación en el vuelo entre altura y lejanía?
 - ¿Con qué conocimientos cuento para la resolución del problema?



Tiempo previsto 90 minutos





- Invite a los estudiantes a formar equipos de dos a tres integrantes y a dar respuesta a las siguientes preguntas:
 - ¿Cómo puedes resolver el problema anterior?
 - ¿Si unes cada uno de los elementos que se estan analizando que figura geométrica se forma?
 - Recurra a la siguiente información si considera necesario reforzar los conocimientos.



El Teorema de Pitágoras se utiliza para determinar la longitud de los lados de un triángulo rectángulo.

Establece que el área del cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma del área de los cuadrados de los catetos, como se observa en la imagen.

$$c^{2} = a^{2} + b^{2}$$

$$5^{2} = 3^{2} + 4^{2}$$

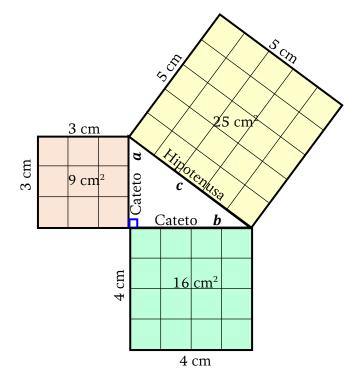
$$25 cm^{2} = 9 cm^{2} + 16 cm^{2}$$

$$25 cm^{2} = 25 cm^{2}$$

La fórmula que se utiliza para determinar la longitud de la hipotenusa es:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Las fórmulas que se utilizan para determinar la longitud de los catetos son:



$$a^2 = c^2 - b^2$$

 $b^2 = c^2 - a^2$



Tiempo previsto 90 minutos

Ejemplo:

Al abrir una escalera de pintor se forma un triángulo isósceles, la distancia entre las bases es de 1 m y los lados iguales miden 1.30 m. Determina la altura de la escalera.

La altura de un triángulo isósceles divide a la base en dos partes iguales, formándose dos triángulos rectángulos:

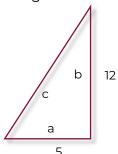
La base de cada triángulo mide 0.5 m y es uno de los catetos, la escalera es la hipotenusa, por lo tanto se puede plantear la ecuación como:

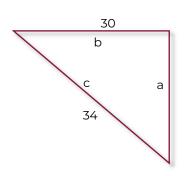
$$h^2 = 1.3^2 - 0.5^2 = 1.69 - .25$$

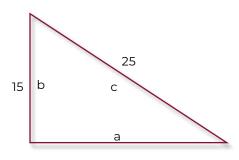
 $h^2 = 1.44$
 $h = \sqrt{1.44} = 1.2 \text{ m}$

Solicite a los equipos que realicen la siguiente actividad.

Calculen la medida del lado faltante en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos.



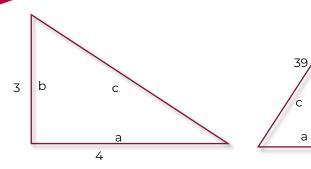


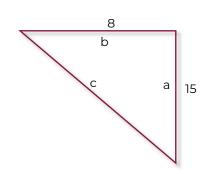


Fórmula	Fórmula	Fórmula
$c^2 = a^2 + b^2$	$a^2 = c^2 - b^2$	$a^2 = c^2 - b^2$
Operaciones	Operaciones	Operaciones
$c^2 = 5^2 + 12^2$	$a^2 = 34^2 - 30^2$	$a^2 = 25^2 - 15^2$
$c^2 = 25 + 144$	a ² =1156 - 900	$a^2 = 625 - 225$
$c = \sqrt{169}$	a=√256	a=√400
Resultado	Resultado	Resultado
C= 13	a = 16	a = 20





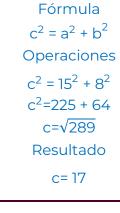




Fórmula
$c^2 = a^2 + b^2$
Operaciones
$c^2 = 4^2 + 3^2$
$c^2 = 16 + 9$
c=√25
Resultado
c= 5

$$a^{2} = c^{2} - b^{2}$$
Operaciones
 $a^{2} = 39^{2} - 36^{2}$
 $a^{2} = 1521 - 1296$
 $a = \sqrt{225}$
Resultado
 $a = 15$

Fórmula





La jerarquía de las operaciones establece que primero se resuelven los cuadrados de los catetos o hipotenusa y después se realizan las sumas y restas.





- Solicite al estudiantado trabajar de manera individual en la resolución de los siguientes ejercicios.
- 1. En labores de mantenimiento de cierto edificio se prentende cambiar una lámpara que se encuentra empotrada en la pared a 3 m de altura, por seguridad la base de la escalera debe colocarse a 1 m de la pared, ¿cuánto debe medir la escalera para alcanzar sin problema alguno la lámpara?

Tiempo previsto 90 minutos

Aplicando el Teorema de Pitágoras, ambos son catetos por lo tanto la longitud de la escalera debe ser de:

Fórmula

$$L^2 = h^2 + c^2$$

Operaciones

$$L^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1$$
$$I = \sqrt{10}$$

Resultado

 $L = 3.16 \, \text{m}$

2. En la instalación de un poste de energía eléctrica, éste se debe anclar con un cable de 7 m al suelo. El cable se sujeta primero a 5 m de altura en el poste ¿a qué distancia del poste quedará sujeto el cable?

Se deberá tomar el largo del cable como hipotenusa y la altura como uno de los catetos entonces:

$$a=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{49-25}=\sqrt{24}=4.9 \text{ m}$$
 lejos del poste

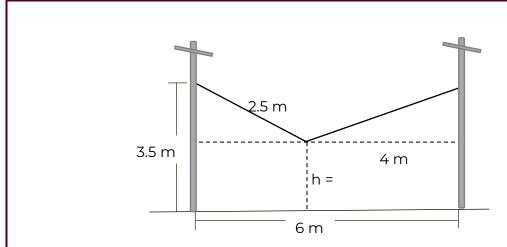
Si primero se sujeta el cable a 2 metros de la base del poste, ¿a qué altura se debe sujetar, para que quede completamente tenso?

$$b=\sqrt{7^2-2^2}=\sqrt{49-4}=\sqrt{45}=6.7$$
 m de altura

3. Se cuelga una piñata amarrando una cuerda de 6.77 metros de largo entre 2 postes que están separados 6 metros uno de otro. Se cuelga la piñata a los 2.5 metros de uno de los extremos de la cuerda, y posteriormente los extremos de la cuerda se sujetan a los 3.5 metros de altura de cada poste. La piñata queda colgada a 4 metros del poste más lejano. ¿A qué altura quedó colgada la piñata? Represéntalo gráficamente.



Tiempo previsto 90 minutos



Se quiere saber el valor de h, así que solo se tiene que saber el valor de los catetos verticales con el Teorema de Pitágoras para que al restar ese valor a los 3.5 m del poste nos de la altura de la piñata.

R= 2 metros

4. Se sabe que la diagonal de un cuadrado mide 15 cm ¿cuánto mide su área?

Si la diagonal es de 15 cm, trazamos otra diagonal y obtenemos cuatro triángulos rectángulares iguales ahora ya conocemos que los catetos miden 7.5 cm

Fórmula
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Operaciones

$$c^{2} = 7.5^{2} + 7.5^{2}$$
$$c^{2} = 56.25 + 56.25$$
$$c = \sqrt{112.5}$$

Resultado

c= 10.6 cm

$$A = \frac{a \times b}{2}$$

$$A = \frac{7.5 \times 7.5}{2}$$

A= 28.13



Sesión 13 Tiempo previsto

90 minutos

Pida a las y los estudiantes dar solución a los planteamientos del problema inicial.

Para realizar unos estudios de campo, un equipo de ingenieros está utilizando un drone para hacer tomas aéreas del terreno donde se va a trabajar.

En una zona abierta la distancia máxima que se puede separar el drone del controlador son 370 metros, como lo muestra la siguiente figura.



1. El operador del drone quiere capturar imágenes a 120 metros de altura ¿cuál es la longitud máxima sobre el terreno que puede separar el drone de donde se encuentra el operador?

La distancia máxima de separación es 370 metros y la altura es de 120 metros, se puede establecer un triángulo rectángulo en el cual 370 es la hipotenusa y 120 uno de los catetos, por lo tanto, se puede ocupar la siguiente igualdad

$$370^2$$
=120²+d² Por lo tanto
d²=370²-120²=136,900-14,400=122,500
d= $\sqrt{122,500}$ =350 metros

2. En caso de hacer tomas al doble de distancia que el caso anterior. ¿Cuál es la altura máxima que el drone podría alcanzar?

Se hace el mismo planteamiento anterior, pero con la modificación de la altura para obtener la nueva distancia

$$370^2$$
=240²+d² Por lo tanto
d²=370²-240²=136,900-57,600=79,300
d= $\sqrt{79,300}$ =281.60 metros







Indique que en equipos comparen sus respuestas, comenten sus resultados y discutan las siguientes interrogantes.

1. ¿Qué figura geométrica es la mejor para representar la relación entre vuelo y lejanía?

Se puede pensar en dos figuras principalmente una circunferencia, considerando como el alcance máximo como radio de la misma, o en un triángulo rectángulo, donde el alcance máximo seria la hipotenusa y los catetos la altura y la distancia.

- 2. ¿Solo hay una forma de solucionar los problemas antes expuestos? En caso de haber varias, ¿se obtiene el mismo resultado? ¿A qué se debe?
- 3. ¿Cuál es la mayor dificultad a la que se enfrentaron para resolver los ejercicios?

Cierre





Solicite a un integrante de cada equipo mostrar y explicar el proceso y sus resultados de la situación planteada.

Puede basarse en las siguientes preguntas:

- ¿Qué procedimiento utilizaste? ¿Cómo o con base a qué lo elegiste?
- ¿Para qué te sirve lo que aprendiste?
- ¿Dónde puedes aplicar lo que aprendiste?









Indique al estudiantado que de manera individual realicen los siguientes ejercicios.

1. Se tiene un terreno de forma de triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 300 m y 800 m. ¿Qué cantidad de malla se necesita para cercarlo?

Fórmula Perímetro:
$$h^2 = a^2 + b^2 \qquad \qquad p = a + b + h$$
 Operaciones
$$h^2 = 300^2 + 800^2 \qquad \qquad P = 300 + 800 + 854.40$$

$$h^2 = 90000 + 640000$$

$$h = \sqrt{730000}$$

$$P = 1954.40 \text{ m}$$

$$h = 854.40 \text{ m}$$

2. Calcula el área de un triángulo equilátero de lado 10 cm.

Tiempo previsto 90 minutos

3. ¿A qué altura llega una escalera de 10 m de largo en un muro vertical si se apoya a 3 metros del muro?

Fórmula

$$a^2 = c^2 - b^2$$

Operaciones

$$a^2 = 10^2 - 3^2 = 100 - 9 = 91$$

 $a = \sqrt{91} = 9.53 \text{ m}$

Resultado

$$a = 9.53 \text{ m}$$

4. Una persona camina 7 km al oeste y luego 3 km al norte, ¿a qué distancia se encuentra de donde comenzó a caminar?

Fórmula

$$h^2 = a^2 + b^2$$

Operaciones

$$h^2 = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$$

Resultado

h= 7.61 Km



Invite al estudiantado a visitar la siguiente liga, para mayor información y realimentación del tema:

https://luckyretail.com/Uploadfile/201710272/131016/131016.jpg

Fuentes de información

Bohorquez, M. (1981). En el amable mundo de la matemática. México. Patria.

Aula365. Los Creadores, ¿Qué es el teorema de Pitágoras? Recuperado de:

https://www.youtube.com/watch?v=fFA2ChUj1HM.

Khanacademy. Teorema de Pitágoras. Recuperado de:

https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geometry-pythagorean-theorem



EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA AL INGRESO A LA EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR 2020-2021

Dirección estratégica

Delia Carmina Tovar Vázguez Directora de Innovación Educativa

Asesoría técnico-pedagógica

Adriana Hernández Fierro Jefa del Departamento de Seguimiento de Programas de Innovación

Coordinación de la competencia matemática

Maura Torres Valades Víctor Adrián Lugo Hernández Manuel Gerardo Romero Guadarrama

Corrector de estilo

Alejandro E. Reyes Santos Ana Naomi Cárdenas García Maribel Pío Espinoza

Diseño Gráfico

Jonatan Rodrigo Gómez Vargas

Tels. 3600 2511, Ext. 64353 y 64241

Página web: http://www.cosdac.sems.gob.mx

Asesoría académica

UNIDAD DE EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR TECNOLÓGICA INDUSTRIAL Y DE SERVICIOS

Página web: http://www.uemstis.sep.gob.mx Dante Alejandro Jaramillo de León

Marcos Cervantes Maciel Romeo Jiménez Mora

COLEGIO DE BACHILLERES

Leslie Graciela Rosas Chávez Página web: http://www.cbachilleres.edu.mx Alejandro Nava Camacho

Julio Lagunes Yañez

DIRECCIÓN GENERAL DE BACHILLERATO

Mauricio de Jesús Escalante Armenta Página web: http://www.dgb.sep.gob.mx

Hugo Godina Pineda

Coordinación Nacional CECyTE

Página web: http://www.cecyte.edu.mx

Gilberto Ortega Méndez

Se autoriza la reproducción total o parcial de este documento, siempre y cuando se cite la fuente y no se haga con fines de lucro.